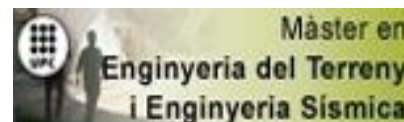


TREBALL FINAL DE MÀSTER



TÍTOL

**ANÁLISIS TEÓRICO, NUMÉRICO Y EXPERIMENTAL
DEL COMPORTAMIENTO DE SUELOS EN EL
RANGO DE LAS PEQUEÑAS DEFORMACIONES**

AUTOR

JAVIER CASTELLÓN LÓPEZ

TUTOR

**ALBERTO LEDESMA VILLALBA
CHRISTIAN HOFFMANN**

ESPECIALITAT

INGENIERÍA GEOTÉCNICA

DATA

DICIEMBRE 2013



**Dept. d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica
E.T.S. Enginyers de Camins, Canals i Ports**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



Resumen

Palabras clave: Pequeñas deformaciones; degradación elástica; elasticidad no lineal; histéresis; paraelasticidad; Reglas de Masing; desecación; inconsistencias, extensómetros; excavación.

A consecuencia de los actuales estándares en la práctica de la ingeniería geotécnica, el rango de las pequeñas deformaciones ha pasado a ser un rango de deformaciones habitual en gran cantidad de problemas, especialmente en aquellos que se desarrollan en ámbitos urbanos.

En el presente trabajo se estudia el comportamiento del suelo en este rango de deformaciones. Ello se hace a través del análisis de los desplazamientos del terreno generados en una gran excavación urbana en La Sagrera (Barcelona), que se monitorizan mediante extensómetros instalados en el vaso de la excavación. Los mecanismos que se proponen para explicar los desplazamientos registrados son la no linealidad constitutiva y el comportamiento histerético del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, la existencia de estratos de terreno de baja permeabilidad y el efecto de la retracción por desecación en el suelo.

Se revisa el marco de las principales teorías elásticas no lineales y de las principales teorías que permiten reproducir el comportamiento histerético del terreno. Asimismo, se revisa el marco teórico del comportamiento hidromecánico en suelos parcialmente saturados.

Se analizan, desde un punto de vista teórico, los modelos “Small Strain Overlay Model” de Benz (2007) y “Hardening Soil-Small” de Benz (2007). Por otro lado, se analiza, desde un punto de vista numérico, el modelo “Hardening Soil with Small Strain Stiffness”, basado en los dos anteriores e implementado en el programa comercial de elementos finitos Plaxis. Durante el estudio de estos modelos, se ha detectado un conjunto de inconsistencias teóricas, algorítmicas y numéricas en los mismos, que se exponen extensamente.

Para simular numéricamente la gran excavación urbana de La Sagrera, se utiliza por un lado el modelo “Hardening Soil with Small Strain Stiffness” de Plaxis, y por otro lado el modelo “Barcelona Basic Model”, implementado en Code Bright.

Para validar los parámetros de especial relevancia que se utilizan en las simulaciones numéricas, como son los que controlan la degradación elástica y el comportamiento volumétrico del suelo con la desecación, se ha propuesto realizar diversos ensayos. Durante la elaboración del presente documento, se han finalizado los ensayos de columna resonante sobre probetas talladas a partir de muestras bloque, extraídas del vaso de la excavación.

Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas realizadas indican que los mecanismos propuestos son capaces de explicar, de forma satisfactoria, el comportamiento observado en el terreno durante la excavación.

Abstract

Keywords: Small strain; elastic degradation; nonlinear elasticity; hysteresis; paraelasticity; Masing Rules; desiccation; inconsistencies; extensometers; excavation.

As a consequence of the actual standards in the geotechnical engineering practice, the small strain range has become an habitual strain range in many problems, specially in those which take place in urban areas.

In this work, soil behaviour in the small strain range is studied. This is done by analyzing the ground movements caused by a big excavation in La Sagrera (Barcelona), which are measured by means of extensometers installed in the excavation area. Proposed mechanisms to explain the registered movements in the ground are a nonlinear constitutive law and an hysteretical behaviour in the small strain range, the presence of low permeability layers and the retraction effect caused by soil desiccation.

The framework of principal nonlinear elastic theories is reviewed, as well as the framework of principal theories which try to reproduce hysteretical behaviour in soils. Also the framework of the hydromechanical problem in unsaturated soils is reviewed.

The models “Small Strain Overlay Model” by Benz (2007) and “Hardening Soil-Small” by Benz (2007) are analysed from a theoretical point of view. Moreover, the model “Hardening Soil with Small Strain Stiffness”, based on the two previous ones and implemented in the finite element commercial program Plaxis, is analysed from a numerical point of view. During the analysis of these models, theoretical, algorithmic and numerical inconsistencies have been found out and reported.

In order to simulate the big excavation in La Sagrera, the model “Hardening Soil with Small Strain Stiffness”, implemented in Plaxis, is used, as well as the “Barcelona Basic Model”, implemented in Code Bright.

With the aim to validate relevant parameters that have been used in the numerical simulations, as could be those that control the elastic degradation or the volumetric behaviour of the soil under the desiccation effect, some experimental tests have been proposed. During the elaboration of this document, resonant column tests on specimens carved from block samples, taken from the excavation ground, have been completed.

The final results of the numerical simulations shows that the proposed mechanisms can explain well the observed behaviour of the ground during the excavation.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo de diversas personas, a quienes me gustaría dar las gracias.

A mis tutores, Alberto Ledesma y Christian Hoffmann, por todo el apoyo que me han brindado y que ha sido fundamental tanto para la elaboración de este trabajo como para mi formación más allá del mismo. Gracias por los consejos siempre oportunos, por las reuniones a mis horas intempestivas, por la ayuda con las muestras y con alguna que otra pesadilla numérica, y por dar respuesta a una cantidad ingente de correos electrónicos. Todo ello me ha permitido compaginar la actividad investigadora, que tanto me aporta y apasiona, con otras actividades que igualmente valoro para mi crecimiento personal.

A José Álvarez por su ayuda en el tallado y preparación de las muestras, y a Josep Suriol por su ayuda en la realización de los ensayos de columna resonante.

A Jose Maria Arias por las facilidades que en todo momento me ha dado para conciliar mi trabajo en INFRAES S.A. con mi actividad docente e investigadora en la universidad, y por transmitirme los valores y conocimientos necesarios para lograr tener una visión generalista a la vez que especialista de la profesión.

A todas aquellas personas con las que me he cruzado en la esfera profesional durante estos últimos años, por todo lo que he aprendido y continuo aprendiendo de ellos.

Como no, a mis amigos, por estar ahí, tanto para disfrutar de los bombones agradables y envueltos en risas, como para tragar alguno que otro amargo y relleno de ausencias.

Y finalmente, a mi madre, a mi padre y a mi hermano, por su tesón y su apoyo incondicional en todo momento, estando cerca o lejos. Sé bien que sin ellos difícilmente hubiera logrado alcanzar muchas metas.

Índice

Lista de figuras	iv
1. CAPÍTULO 1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.1.1. Comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones	1
1.1.2. Análisis del un caso real: Gran excavación urbana de La Sagrera (Barcelona)	3
1.2. Objetivos de la tesina	10
1.3. Estructuración del documento	11
2. CAPÍTULO 2. Elasticidad no lineal	13
2.1. Comportamiento elástico no lineal del terreno	13
2.2. Modelos históricos	15
2.2.1. Tipos de formulación	15
2.2.2. Formulación algebraica	15
2.2.2.1. Modelos elásticos de Cauchy	15
2.2.2.2. Modelos pseudo-elásticos	16
2.2.2.3. Ventajas e inconvenientes	18
2.2.3. Formulación integral	19
2.2.3.1. Modelos hiperelásticos	19
2.2.3.2. Ventajas e inconvenientes	21
2.2.4. Formulación diferencial	21
2.2.4.1. Modelos hipoelásticos	21
2.2.4.2. Ventajas e inconvenientes	23
3. CAPÍTULO 3. Comportamiento histerético.	
Paraelasticidad e Hipoplasticidad	25
3.1. Limitaciones de la teoría elástica no lineal	25
3.2. Limitaciones de la teoría elastoplástica	26
3.3. Enfoque centrado en el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones	26
3.4. Paraelasticidad	27
3.4.1. Modelo de Hueckel y Nova (1979)	28
3.4.1.1. Introducción	28
3.4.1.2. Comportamiento histerético en un ciclo unidimensional	28
3.4.1.3. Generalización al caso multiaxial	29
3.4.1.4. Formulación incremental constitutiva	30
3.4.1.5. Variables de historia y criterios de reversión	31

3.4.1.6. Limitaciones del modelo de Hueckel y Nova. Modificaciones de Niemunis et al. (2011).....	33
3.4.2. Otros modelos paraelásticos. Reglas de Masing extendidas	36
3.5. Hipoplasticidad	37
3.5.1. Introducción	37
3.5.2. Formulación	37
3.5.3. Limitaciones	38
3.5.4. Combinación de la hipoplasticidad y la paraelasticidad	39
3.5.5. Extensión del modelo hipoplástico	40
3.5.5.1. Modelo de Stallebrass (1990)	40
3.5.5.2. Modelo de Simpson (1992)	41
3.5.5.3. Extensión del modelo hipoplástico de Niemunis y Herle (1997).....	41
3.6. Consideraciones termodinámicas.....	44
3.6.1. Primer principio de la termodinámica	44
3.6.2. Segundo principio de la termodinámica	44
3.6.3. Energía disipada en procesos isoterms	45
4. CAPÍTULO 4. Modelización del terreno a pequeñas deformaciones.....	47
4.1. Introducción.....	47
4.2. Modelo SSOM de Benz (2007)	48
4.2.1. Formulación	48
4.2.1.1. Ecuación constitutiva	50
4.2.1.2. Variables de historia y criterios de reversión	50
4.2.1.3. Paraelasticidad. Aplicación de las Reglas de Masing extendidas	51
4.2.1.4. Consideraciones termodinámicas	52
4.2.1.5. Algoritmo	53
4.2.2. Análisis de inconsistencias teóricas del modelo SSOM	58
4.2.2.1. Resumen del modelo $K - G$ elástico no lineal	59
4.2.2.2. Resumen de los modelos paraelásticos	60
4.2.2.3. Inconsistencias teóricas del modelo SSOM.....	60
4.3. Modelo HS-S de Benz (2007)	64
4.3.1. Formulación	64
4.3.2. Resumen de las ecuaciones de la teoría elastoplástica	66
4.4. Modelo HS-SS de Plaxis.....	67
4.4.1. Análisis de inconsistencias numéricas del modelo HS-SS	67
4.4.1.1. Detección de inconsistencias en el análisis de un caso real.....	67
4.4.1.2. Estudio del origen de las inconsistencias	71
4.4.1.2.1. Ensayos edométricos numéricos.....	71
4.4.1.2.2. Ensayos triaxiales numéricos	80
4.5. Clasificación de las inconsistencias del modelo SSOM y HS-SS	85
5. CAPÍTULO 5. Retracción por desecación.	
Problema hidromecánico en suelos parcialmente saturados.....	87
5.1. Introducción.....	87
5.2. Formulación y modelos históricos	88
5.2.1. Ecuaciones de conservación-balance para suelos parcialmente saturados.....	88

5.2.1.1. Conservación de la masa.....	88
5.2.1.1.1. Balance del flujo de masa de suelo.....	88
5.2.1.1.2. Balance del flujo de masa de agua.....	88
5.2.1.2. Balance del momento lineal y angular del suelo.....	89
5.2.2. Ecuaciones constitutivas.....	89
5.2.2.1. Ecuación constitutiva mecánica.....	90
5.2.2.2. Ecuación constitutiva hidráulica. Ley de Darcy, modelo de Van Genuchten (1980) y ley generalizada para k_{rw}	93
5.3. Ecuación psicrométrica y condiciones de contorno hidráulicas.....	95
5.4. Modelo BBM de Alonso et al. (1990).....	95
5.4.1. Formulación.....	95
5.4.1.1. Formulación isótropa.....	96
5.4.1.2. Formulación desviadora.....	98
5.5. Planteamiento de la simulación del efecto de la desecación del terreno en la excavación de La Sagrera.....	100
5.5.1. Simulación numérica.....	100
5.6. Aproximación analítica de las deformaciones por desecación.....	101
6. CAPÍTULO 6. Caso real: gran excavación urbana de La Sagrera (Barcelona).....	103
6.1. La estación de La Sagrera.....	103
6.2. Geología e hidrogeología local.....	107
6.3. Avance de la excavación y extensómetros.....	109
6.4. Simulación con el modelo HS-SS de Plaxis.....	112
6.4.1. Geometría adoptada.....	112
6.4.2. Parámetros del modelo HS-SS.....	117
6.4.2.1. Ensayos de columna resonante.....	118
6.4.2.2. Parámetros adoptados.....	120
6.4.3. Condiciones drenadas - no drenadas.....	121
6.4.4. Resultados de las simulaciones numéricas con HS-SS.....	124
6.4.5. Conclusiones.....	124
6.4.6. Efecto de la proximidad de taludes.....	129
6.5. Simulación con el modelo BBM con Code Bright.....	130
6.5.1. Geometría adoptada.....	130
6.5.2. Método de simulación de la desecación.....	131
6.5.3. Parámetros del modelo.....	132
6.5.3.1. Parámetros del modelo BBM.....	132
6.5.3.2. Parámetros del modelo de Van Genuchten.....	132
6.5.3.3. Parámetros introducidos en Code Bright.....	134
6.5.4. Resultados de la simulación.....	136
6.5.5. Conclusiones.....	139
6.5.6. Resultados de la aproximación analítica del BBM.....	139
7. CAPÍTULO 7. Conclusiones.....	143
7.1. Conclusiones.....	143
7.2. Futuras líneas de investigación.....	147
Referencias.....	149

Lista de Figuras

CAPÍTULO 1

Figura 1.1.	Variación del módulo de corte secante con la deformación (Kakusho, 1980).	2
Figura 1.2.	Carga cíclica para (a) $\gamma^{ampl} < 10^{-5}$ y (b) $10^{-5} < \gamma^{ampl} < 10^{-3}$ (Okur y Ansal, 2007).	2
Figura 1.3.	Carga cíclica para $10^{-3} < \gamma^{ampl}$ (Okur y Ansal, 2007).	
Figura 1.4.	Localización de las obras de la estación intermodal de La Sagrera (Fuente: Google Earth).	3
Figura 1.5.	Planta del nivel inferior de la estación de La Sagrera (Fuente: Proyecto Original).	4
Figura 1.6.	Sección transversal del Eje 15 de la estación de La Sagrera (Fuente: Proyecto Original).	4
Figura 1.7.	Fotografía aérea con la situación de los extensómetros en planta.	5
Figura 1.8.	Visión tridimensional de las diferentes fases de la excavación seleccionadas para las simulaciones.	5
Figura 1.9.	Fotografía aérea del vaso de excavación, zona sur (10/07/2012).	6
Figura 1.10.	Fotografía aérea del vaso de excavación, zona norte (10/07/2012).	6
Figura 1.11.	Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº1.	7
Figura 1.12.	Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº2.	7
Figura 1.13.	Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº3.	8
Figura 1.14.	Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº4.	8
Figura 1.15.	Evolución de los desplazamientos verticales medidos por los extensómetros.	9
Figura 1.16.	Posible existencia de estratos con baja permeabilidad.	9
Figura 1.17.	Posible efecto de retracción por desecación del terreno.	10

CAPÍTULO 2

Figura 2.1.	Representación de no linealidad elástica con disminución de la rigidez con la deformación.	13
Figura 2.2.	Representación de no linealidad elástica con incremento de la rigidez con la deformación.	14
Figura 2.3.	(a) Módulo elástico no drenado en ensayos de compresión con arenas sueltas del río Ham (Kuwano, 1998). (b) Módulo de corte de arenas normalmente consolidadas (Porovic y Jardine, 1994).	14
Figura 2.4.	Evolución del módulo edométrico en ensayos con arenas densas de Hostun (Fuente: Manual de Materiales de Plaxis).	14

CAPÍTULO 3

Figura 3.1.	Carga noval con ciclo de descarga-recarga (Hueckel y Nova, 1979).	27
Figura 3.2.	Idealización del comportamiento en ciclos histeréticos (Hueckel y Nova, 1979).	28
Figura 3.3.	Esquema de la evolución de las superficies \bar{W}^L en (a) Un paso sin reversión y (b) Un paso con reversión (Hueckel y Nova, 1979).	31
Figura 3.4.	Esquema de reactivación de la superficie $\bar{W}^{L,I+1}$ de un antiguo punto de reversión (Hueckel y Nova, 1979).	32
Figura 3.5.	Discontinuidad en la respuesta tensional al considerar $\bar{d} = \ \epsilon^{pe} - \epsilon^{peR}\ $ (Niemunis et al., 2011).	34
Figura 3.6.	Efecto del nuevo criterio de distancia d_{AR1} (Niemunis et al., 2011).	34
Figura 3.7.	Ejemplo de trayectoria y variables de memoria (Niemunis et al., 2011).	35
Figura 3.8.	Resolución de la problemática de discontinuidad con el nuevo criterio de distancia d_{AR1} (Niemunis et al., 2011).	35
Figura 3.9.	Exceso de acumulación de (a) Tensión $\Delta\sigma^J = \Delta T$ y (b) Deformación $\Delta\epsilon = \Delta\varepsilon$, durante ciclos de tensión y deformación, respectivamente (Niemunis y Herle, 1997).	39
Figura 3.10.	Peso w para diferentes valres de β_R (Niemunis et al., 2011).	39
Figura 3.11.	Representación del las tres superficies en el espacio $p - q$ del modelo de Stallebrass (Niemunis y Herle, 1997).	40
Figura 3.12.	Efecto de la dirección de la deformaciones en la rigidez del material (Benz, 2007).	40
Figura 3.13.	Analogía del modelo de bloques de Simpson (1992).	41
Figura 3.14.	Evolución de δ en un ciclo de deformación 1D (Niemunis y Herle, 1997).	42
Figura 3.15.	Diferentes deformaciones intergranulares relacionadas con diferentes hitorias de deformación (Niemunis y Herle, 1997).	43
Figura 3.16.	Ensayos edométricos numéricos con el mismo número de ciclos. (a) Modelo modificado por Niemunis y Herle, (b) Modelo original de Hueckel y Nova (Niemunis y Herle, 1997).	43
Figura 3.17.	Ensayo triaxial drenado numérico con el mismo número de ciclos. (a) Modelo modificado por Niemunis y Herle, (b) Modelo original de Hueckel y Nova (Niemunis y Herle, 1997).	43

CAPÍTULO 4

Figura 4.1.	Curva de degradación elástica del módulo secante (Benz, 2007).	49
Figura 4.2.	Curva de degradación elástica del módulo tangente (Benz, 2007).	49
Figura 4.3.	Curva de degradación elástica con (a) Trayectoria con degradación (b) Trayectoria con reversión de deformación. Ejemplo con $G_0 = 400\text{MPa}$ y $\gamma_{0,7} = 10^{-5}$.	51
Figura 4.4.	Diferencia de rigideces entre la carga inicial y sucesivas descargas-recargas (Rivera y Bard, según Biarez y Hicher, 1994).	52
Figura 4.5.	(a) Trayectoria que incumple del Teorema de Truesdell y Noll, (b) Trayectoria corregida (Benz, 2007).	53
Figura 4.6.	Reprentación gráfica del procedimiento de detección de reversiones.	55
Figura 4.7.	Casos considerados en el cálculo de $G_t^k(\gamma_{HIST})$. Ejemplo con $G_0 = 400\text{MPa}$ y $\gamma_{0,7} = 10^{-5}$.	56

Figura 4.8.	Representación de la corrección sobre la rigidez en descarga. (a) $G^{corr} = G_t^k$ (b) $G^{corr} = G_s^{k-1}$	58
Figura 4.9.	Superficies de fluencia del modelo Hardening Soil (HS) en el plano $p - q$ (Benz, 2007).	64
Figura 4.10.	Superficies de fluencia con criterio de Matsuoka-Nakai del modelo HS-S en el espacio de Westergaard (Benz, 2007).	65
Figura 4.11.	Ángulo de dilatación movilizado vs. ángulo de fricción movilizado (Benz, 2007).	66
Figura 4.12.	Simulación de las fases de excavación del perfil transversal donde se sitúa el Extensómetro nº3.....	67
Figura 4.13.	Desplazamientos verticales en el Extensómetro nº3 con el modelo elástico lineal.	68
Figura 4.14.	Desplazamientos verticales en el Extensómetro nº3 con el modelo HS-SS.....	68
Figura 4.15.	Deformaciones γ_s a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.	69
Figura 4.16.	Deformaciones ε_{yy} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.....	69
Figura 4.17.	Deformaciones ε_{xx} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.....	69
Figura 4.18.	Deformaciones γ_{xy} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.....	69
Figura 4.19.	Deformaciones γ_s a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.....	70
Figura 4.20.	Deformaciones ε_{yy} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.	70
Figura 4.21.	Deformaciones ε_{xx} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.	70
Figura 4.22.	Deformaciones γ_{xy} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.	70
Figura 4.23.	Trayectorias de tensiones en el ensayo edométrico.	71
Figura 4.24.	Mallas para el ensayo edométrico con Plaxis v9 (a y b) y con Plaxis v10 (c y d). Punto de Gauss A para análisis de curvas.....	72
Figura 4.25.	Curva edométrica D-mf-cons en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	74
Figura 4.26.	Curva edométrica D-mf-cons en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.....	74
Figura 4.27.	D-mf-cons. Perfil de $\Delta\varepsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 2 y 3, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.	75
Figura 4.28.	Curva edométrica D-mf-fase en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	75
Figura 4.29.	Curva edométrica D-a-mf-fase en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.....	75
Figura 4.30.	D-mf-fase. Perfil de $\Delta\varepsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 2 y 3, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.	76
Figura 4.31.	Curva edométrica D-mf-desc en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	76
Figura 4.32.	Curva edométrica D-mf-desc en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.....	76
Figura 4.33.	Curvas edométricas D-a-mg, NDC-b-mg y NDC-c-mg. Modelo HS-SS. Plaxis v9.	78
Figura 4.34.	Curvas edométricas D-a-mf, NDC-b-mf y NDC-c-mf. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	78
Figura 4.35.	NDC-b-mf. Perfil de $\Delta\varepsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 3 y 4, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.	78
Figura 4.36.	NDC-b-mf. Perfil de $\Delta\varepsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 5 y 6, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.	79

Figura 4.37.	Curvas edométricas globales de D-a-mf y NDC-c-mf. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	79
Figura 4.38.	Curvas edométricas NDC-c-mf y NDC-c-mf-2g. Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	80
Figura 4.39.	Trayectorias de tensiones del ensayo triaxial drenado (muestra ligeramente sobreconsolidada en fase de desviador).....	81
Figura 4.40.	Malla para el ensayo triaxial drenado. Puntos de Gaus A para análisis de curvas.	81
Figura 4.41.	Curva $p' - \epsilon_v$, Fase 1 a 7 (consolidación isótropa), de los ensayos D-mf-Tria y D-mf-Triax-2 (Modelo HS-SS), y D-mf-TriaxHS (Modelo HS). Plaxis v9.	83
Figura 4.42.	Curva $p' - \epsilon_v$ Fase 1 a 7 (consolidación isótropa) de los ensayos D-mf-Triax (con $\gamma_{0,7}$) y D-mf-Triax-2g (con $2\gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.....	84
Figura 4.43.	Curva $\epsilon_{yy} - q'$ Fase 8 a 12 (desviador) del ensayo D-mf-Triax (con $\gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.	84
Figura 4.44.	Curva $\epsilon_{yy} - q'$ Fase 8 a 12 (desviador) del ensayo D-mf-Triax-2g (con $2\gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.	84
Figura 4.45.	Diagrama de inconsistencias detectadas	85

CAPÍTULO 5

Figura 5.1.	(a) Curva de retención $h = h(\theta)$, (b) Variación de la conductividad hidráulica $K_w(h)$ con altura piezométrica (Van Genuchten, 1980).	94
Figura 5.2.	(a) Curvas de compresión de un suelo saturado y parcialmente saturado en plano $v - \ln(\bar{p})$, (b) Trayectorias de tensiones y superficie LC en plano $s - \bar{p}$ (Alonso et al., 1990).....	97
Figura 5.3.	(a) Curvas de secado-mojado en plano $v - \ln(s + u_a)$, (b) Superficie SI en plano $s - \bar{p}$ (Josa, 1988).....	97
Figura 5.4.	(a) Superficie LC en el plano $q - \bar{p}$, (b) Superficie LC y SI en plano $s - \bar{p}$ (Alonso et al., 1990).	98
Figura 5.5.	Superficies de fluencia del modelo BBM, con los vectores de deformación plástica (Alonso et al., 1990).	99

CAPÍTULO 6

Figura 6.1.	Esquema de la red ferroviaria principal en Europa (Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).	103
Figura 6.2.	Líneas de Alta Velocidad de Larga y Media Distancia y Rodalies (Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).	104
Figura 6.3.	Infografía de la transformación urbana asociada a la construcción de la futura estación de La Sagrera.....	104
Figura 6.4.	Esquema de los niveles de la estación de La Sagrera según el proyecto original (Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).	105
Figura 6.5.	Sección de proyecto de la estación (Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).	106
Figura 6.6.	Sección de la fase constructiva de las pantallas y de la losa de cimentación (Fuente: Proyecto Original).	106

Figura 6.7.	Perfil geológico longitudinal de la zona de estudio (Suñé et al., 2011).	107
Figura 6.8.	Perfil geológico transversal de la zona de estudio (Suñé et al., 2011).	108
Figura 6.9.	Parámetros hidrogeológicos calibrados para cada capa del terreno (Suñé et al., 2011).	108
Figura 6.10.	Fotografía aérea con la situación de los extensómetros.	109
Figura 6.11.	Visión tridimensional de diferentes fases de la excavación analizadas.	110
Figura 6.12.	Perfiles transversales situados en cada uno de los extensómetros instalados.	110
Figura 6.13.	Evolución de las fases de excavación (A - D) en los perfiles transversales seleccionados (X: distancia a extensómetro [m]; Y: cota [m]). Extensómetros de 60m de profundidad en X=0m.	111
Figura 6.14.	Evolución de las fases de excavación (A - D) en el perfil longitudinal (X: situación del extensómetro [m]; Y: cota [m]).	112
Figura 6.15.	Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº1. Dimensiones H=160m, V=63m.	113
Figura 6.16.	Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº2. Dimensiones H=160m, V=63m.	114
Figura 6.17.	Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº3. Dimensiones H=170m, V=63m.	115
Figura 6.18.	Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº4. Dimensiones H=160m, V=63m.	118
Figura 6.19.	Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil longitudinal. Dimensiones H=500m, V=63m.	117
Figura 6.20.	Extracción de muestra bloque a cota +1,0m.	118
Figura 6.21.	Tallado de una muestra con orientación vertical al plano de excavación.	118
Figura 6.22.	Ensayo de columna resonante de las probetas.	119
Figura 6.23.	Resultado del ensayo de columna resonante.	119
Figura 6.24.	Desplazamientos acumulados del Extensómetro nº1 con columna estratigráfica.	122
Figura 6.25.	Desplazamientos acumulados del Extensómetro nº2 con columna estratigráfica.	122
Figura 6.26.	Desplazamientos acumulados del Extensómetro nº3 con columna estratigráfica.	123
Figura 6.27.	Desplazamientos acumulados del Extensómetro nº4 con columna estratigráfica.	123
Figura 6.28.	Resultados simulación Extensómetro nº1 con columna estratigráfica.	125
Figura 6.29.	Resultados simulación Extensómetro nº2 con columna estratigráfica.	126
Figura 6.30.	Resultados simulación Extensómetro nº3 con columna estratigráfica.	127
Figura 6.31.	Resultados simulación Extensómetro nº4 con columna estratigráfica.	128
Figura 6.32.	Efecto de los taludes de excavación en los movimientos verticales. Estrato no drenado sobre estrato drenado.	129
Figura 6.33.	(a) Geometría de la simulación numérica, (b) Malla de la simulación numérica.	130
Figura 6.34.	(a) CC antes de la excavación, (b) CC después de la excavación.	131
Figura 6.35.	Ajuste con mínimos cuadrados de los parámetros para la curva de retención.	133
Figura 6.36.	Distribución inicial de presiones de agua en la columna de tierras.	136
Figura 6.37.	Distribución final de presiones de agua en la columna de tierras.	136
Figura 6.38.	Distribución de presiones de agua en un corte vertical.	137
Figura 6.39.	Distribución inicial del grado de saturación en la columna de tierras.	137

Figura 6.40.	Distribución final del grado de saturación en la columna de tierras.	137
Figura 6.41.	Distribución del grado de saturación en un corte vertical.	138
Figura 6.42.	Perfil de desplazamientos tras la desecación del terreno.	138
Figura 6.43.	Resultados integrados Extensómetro nº3 con columna estratigráfica.....	140
Figura 6.44.	Resultados integrados Extensómetro nº4 con columna estratigráfica.	141
Figura 6.45.	Desplazamientos acumulados en todas las lecturas realizadas del Extensómetro nº4.	142

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

1.1.1. Comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones

En multitud de disciplinas de ingeniería es habitual el uso de los siguientes principios de dimensionamiento:

- 1) Resistencia
- 2) Funcionalidad

En lo que a la mecánica de suelos se refiere, destacan dos grandes teorías que pueden relacionarse con estos dos principios, que son, respectivamente, la plasticidad y la elasticidad.

La plasticidad se centra en el estudio de las condiciones límites resistentes del suelo, lo cual permite dimensionar elementos para evitar su colapso. La elasticidad, por otro lado, se centra en el estudio del comportamiento del suelo fuera de los límites de fluencia y rotura del mismo.

Desde hace varias décadas, estas teorías se tratan de forma conjunta mediante la denominada teoría elastoplástica. No obstante, la mayoría de los esfuerzos dedicados a desarrollar dicha teoría, se han centrado en la parte plástica de la misma, con el objetivo de reproducir de forma precisa el comportamiento del terreno en condiciones límite. El desarrollo teórico de la parte elástica, contrariamente, ha sufrido una menor evolución.

Poco a poco, los estándares de dimensionamiento geotécnicos se han ido viendo cada vez más condicionados por el entorno en el que se realizan las obras, especialmente el urbano. Hoy día, en áreas urbanas, se exige una afección mínima a estructuras próximas a obras, con el objetivo de no perjudicar la funcionalidad e integridad de dichas estructuras. La praxis, por tanto, obliga a predecir las deformaciones del terreno con una precisión elevada, con lo que el cálculo elástico adquiere una importancia relevante frente al cálculo plástico.

Debido a estos nuevos estándares, el rango de las pequeñas deformaciones ha pasado a ser un rango de deformaciones habitual en gran cantidad de problemas geotécnicos, especialmente los que se desarrollan en entornos urbanos, donde han proliferado las grandes construcciones.

Para evitar realizar inversiones económicas desproporcionadas, es necesario modelizar correctamente el terreno en este rango de deformaciones.

Gracias a los avances en las técnicas de instrumentación y a multitud de estudios experimentales, se sabe que el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones es reversible y altamente no lineal (*Figura 1.1*). Ello ha permitido plantear nuevos enfoques para mejorar los modelos de comportamiento del suelo en este rango de deformaciones.

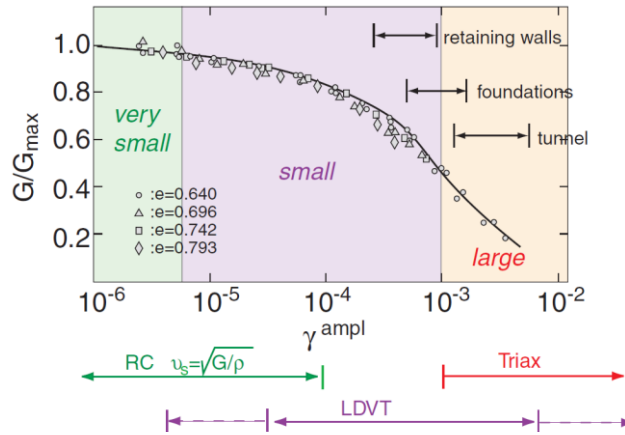


Figura 1.1. Variación del módulo de corte secante con la deformación (Kokusho, 1980).

Siendo γ^{ampl} la amplitud de la deformación de corte, se puede hacer la siguiente clasificación:

- 1) **Comportamiento a muy pequeñas deformaciones** ($\gamma^{ampl} < 10^{-5}$): Comportamiento del terreno reversible lineal, independiente del número de ciclos aplicados (*Figura 1.2a*).
- 2) **Comportamiento a pequeñas deformaciones** ($10^{-5} < \gamma^{ampl} < 10^{-3}$): Comportamiento del terreno reversible no lineal, mostrando un comportamiento histerético independiente del número de ciclos aplicados (*Figura 1.2b*).
- 3) **Comportamiento a medias-grandes deformaciones** ($10^{-3} < \gamma^{ampl}$): Comportamiento del terreno reversible o no, y no lineal, mostrando un comportamiento histerético que depende del número de ciclos aplicados (*Figura 1.3*).

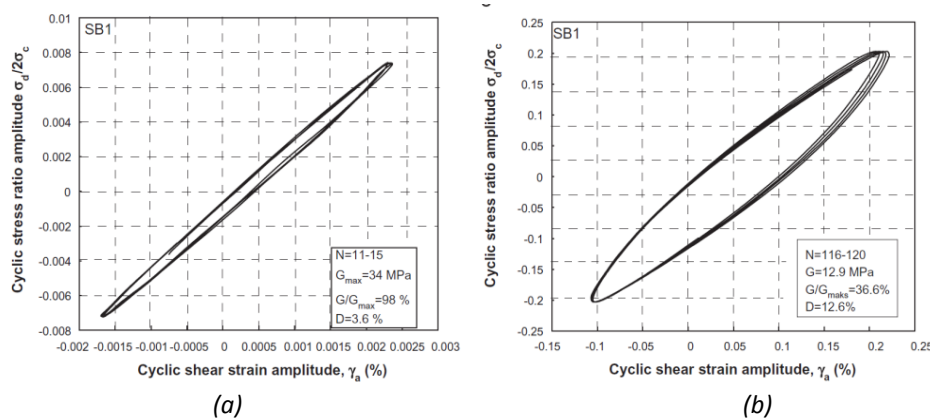


Figura 1.2. Carga cíclica para (a) $\gamma^{ampl} < 10^{-5}$ y (b) $10^{-5} < \gamma^{ampl} < 10^{-3}$ (Okur y Ansal, 2007).

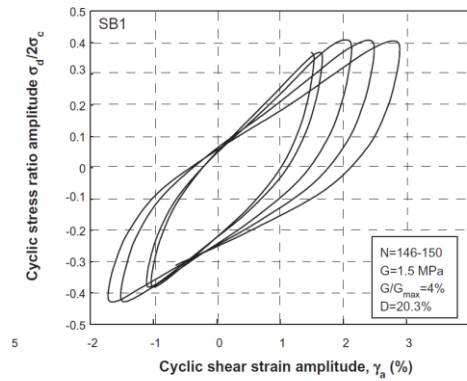


Figura 1.3. Carga cíclica para $10^{-3} < \gamma^{ampl}$ (Okur y Ansal, 2007).

1.1.2. Análisis de un caso real: Gran excavación urbana de La Sagrera (Barcelona)

En el año 2010, se iniciaron las obras de construcción de la futura estación intermodal de La Sagrera, en la ciudad de Barcelona (Figura 1.4). En dicha estación está previsto que concurren servicios de AVE y TGV, ferrocarriles de media y larga distancia, trenes cercanías, metros y autobuses interurbanos.



Figura 1.4. Localización de las obras de la estación intermodal de La Sagrera (Fuente: Google Earth).

La futura estación de La Sagrera incluye andenes para los trenes, viales y aparcamientos para los coches y autobuses, y vestíbulos para el flujo de pasajeros.

La estación se concibe como un corredor semienterrado. Los andenes, viales, aparcamientos y zona de intercambio se sitúan en diferentes niveles (Figuras 1.5 y 1.6). Las dimensiones de la excavación que debe realizarse para la construcción de la estación son de 650m de largo, de entre 35 y 80m de ancho y de 20m de profundidad.

Según el proyecto original, está previsto que las estructuras de los andenes, aparcamiento y accesos transmitan las cargas al terreno mediante una losa de fondo de gran canto (Figura 1.6).

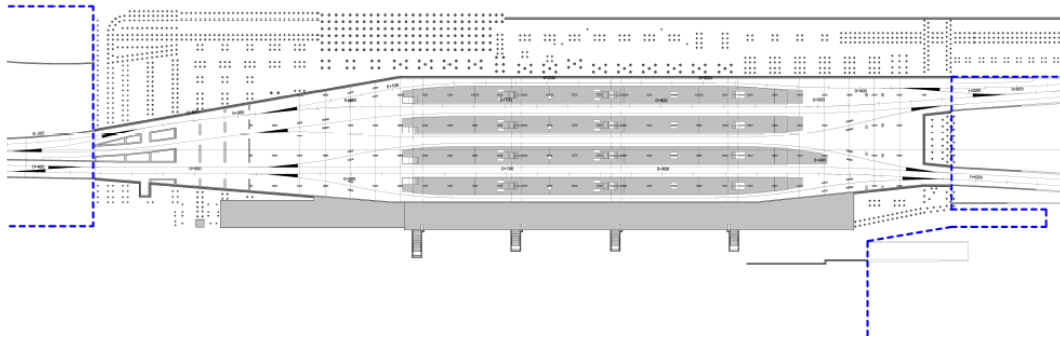


Figura 1.5. Planta del nivel inferior de la estación de La Sagrera (Fuente: Proyecto Original).

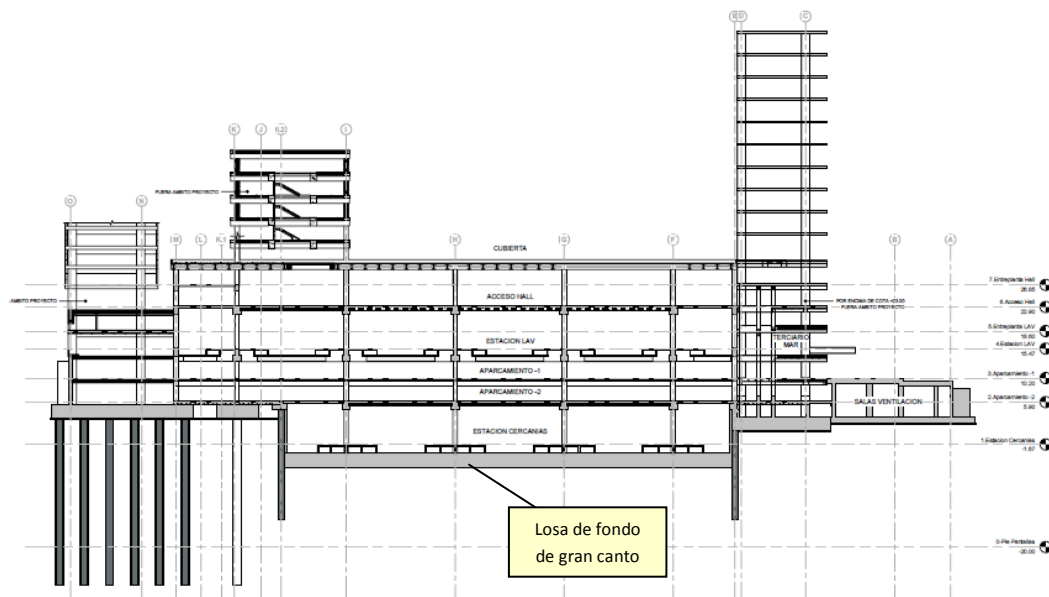


Figura 1.6. Sección transversal del Eje 15 de la estación de La Sagrera (Fuente: Proyecto Original).

Con el objetivo de validar el diseño de dicha losa de cimentación y ajustar los valores del coeficiente de balasto utilizados en el proyecto original, se instalaron 4 extensómetros de 60m de profundidad a lo largo del eje longitudinal de la excavación (Figura 1.7) para medir la respuesta del terreno durante la excavación. Las medidas de los extensómetros se tomaron simultáneamente al levantamiento topográfico de los perfiles transversales en los que se sitúa cada uno de dichos extensómetros.

La medida de los desplazamientos verticales del terreno durante la excavación permite estudiar la respuesta del suelo ante condiciones de descarga-recarga, resultando la propia excavación un ensayo del terreno a gran escala.

No es habitual disponer de este tipo de datos en la práctica habitual de la ingeniería geotécnica, y por ello, supone un material valioso para la investigación.

El principal objetivo de este trabajo es estudiar los desplazamientos de los extensómetros en las diferentes fases de excavación seleccionadas (Figura 1.8), y tratar de reproducir numéricamente dichos desplazamientos mediante modelos numéricos.

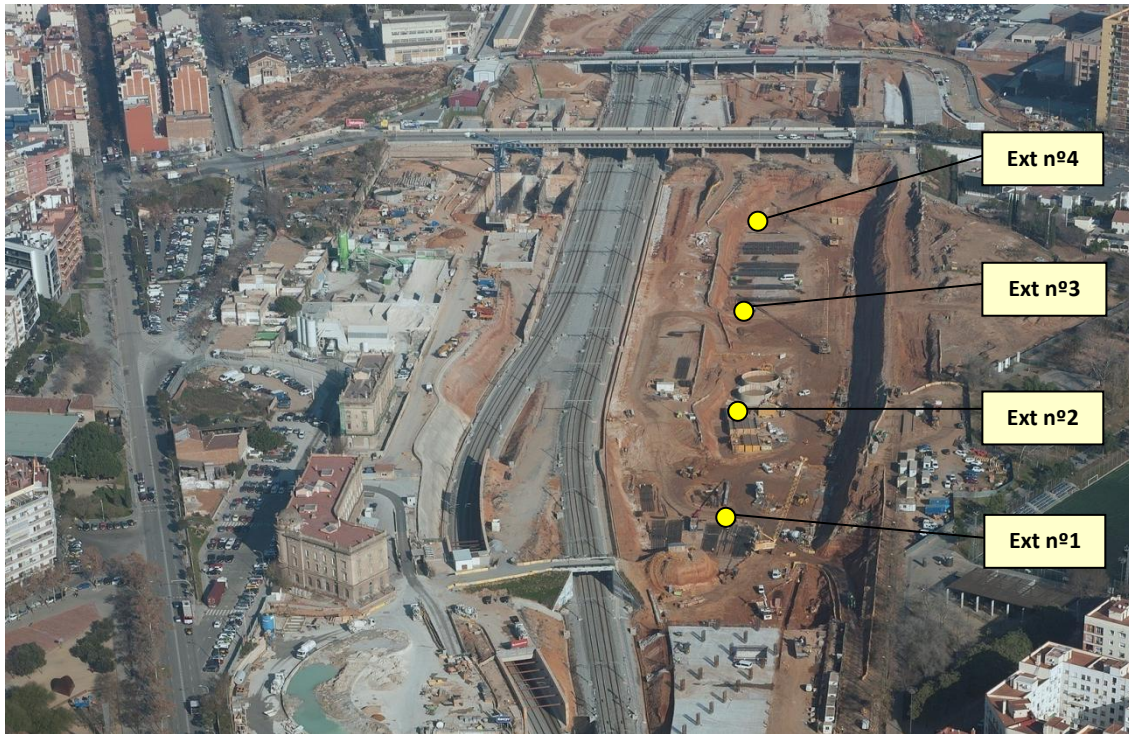


Figura 1.7. Fotografía aérea con la situación de los extensómetros en planta.

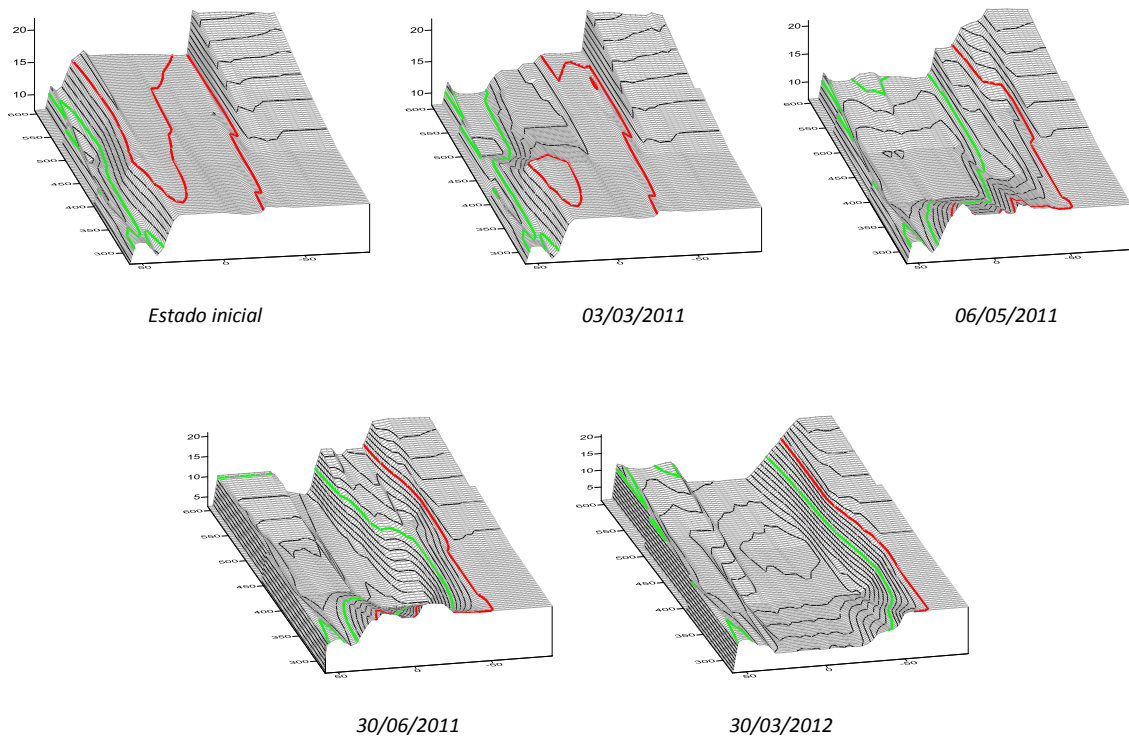


Figura 1.8. Visión tridimensional de las diferentes fases de la excavación seleccionadas para las simulaciones.

En las Figuras 1.9 y 1.10 se muestran dos fotografías aéreas de la excavación a fecha 10/07/2012.

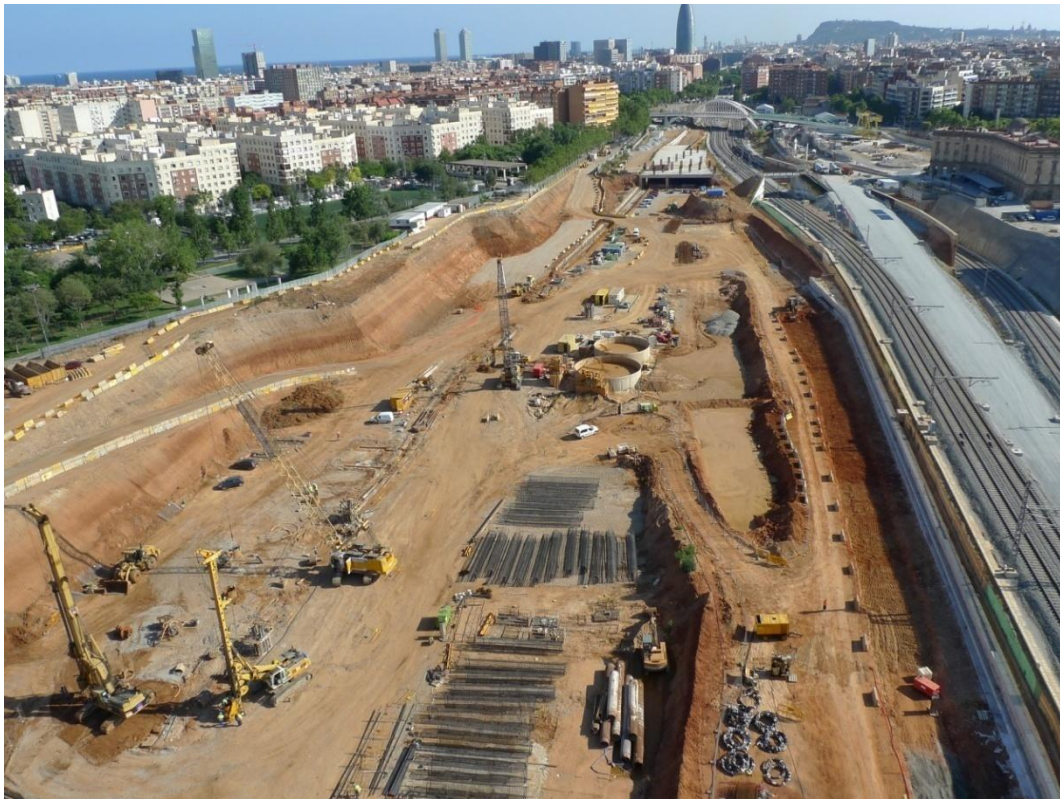


Figura 1.9. Fotografía aérea del vaso de excavación, zona sur (10/07/2012).



Figura 1.10. Fotografía aérea del vaso de excavación, zona norte (10/07/2012).

En las Figuras 1.11 a 1.14 se muestran los desplazamientos verticales acumulados medidos por los cuatro extensómetros instalados.

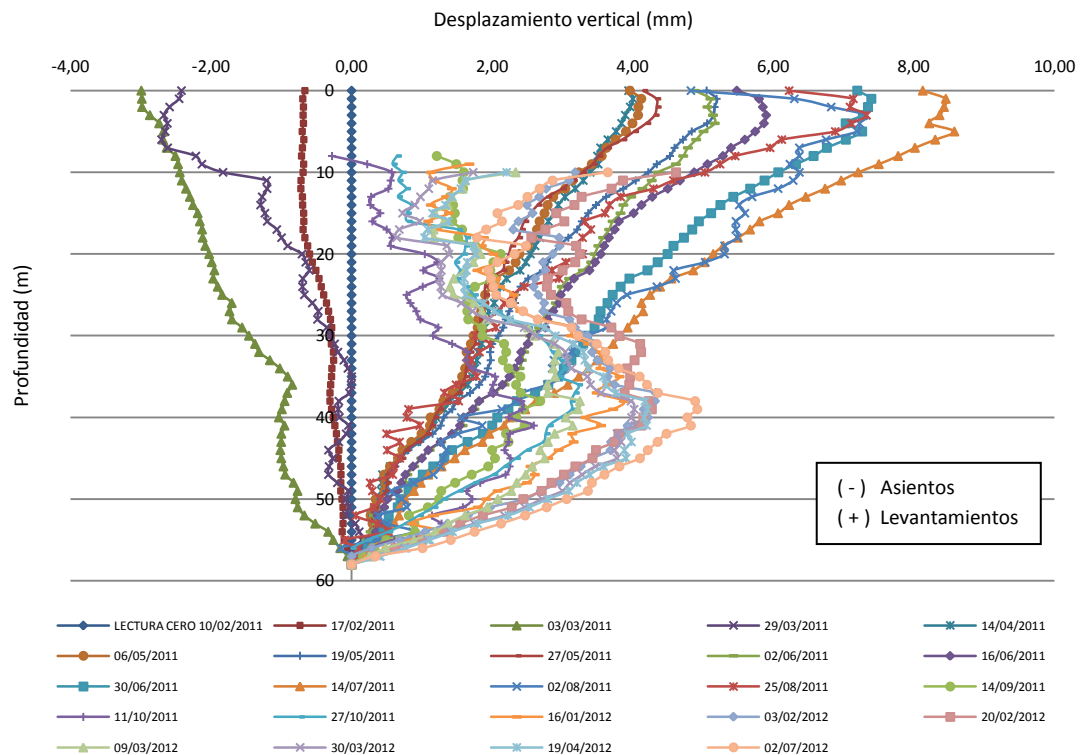


Figura 1.11. Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº1.

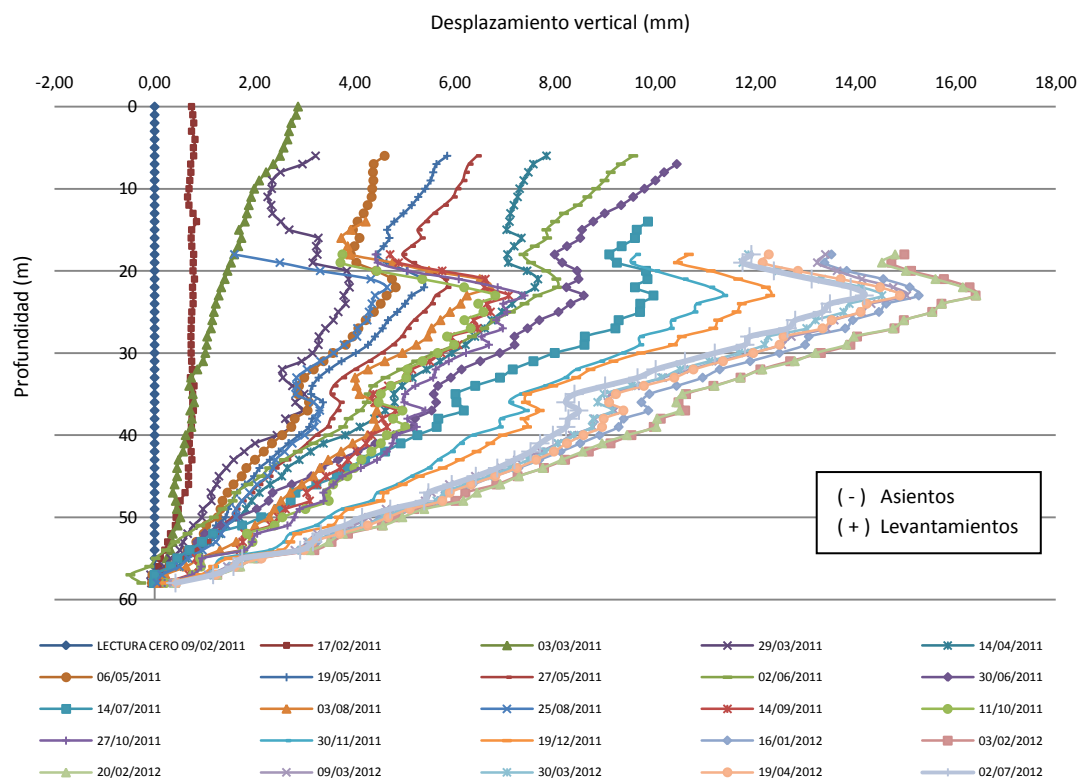


Figura 1.12. Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº2.

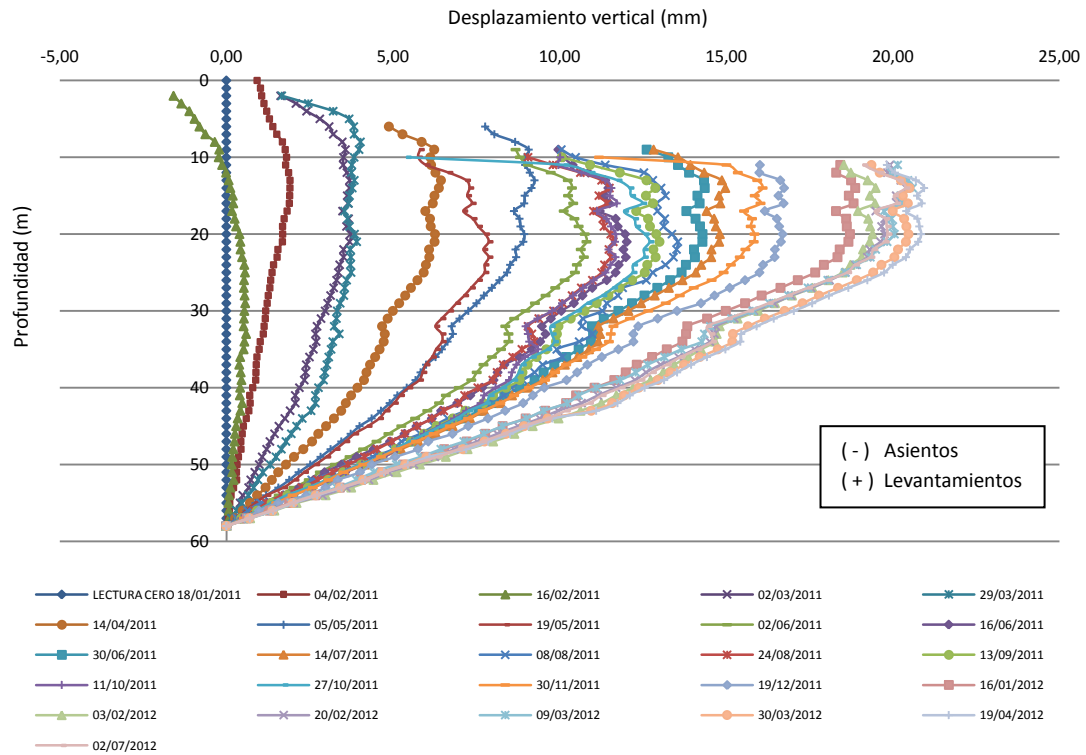


Figura 1.13. Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº3.

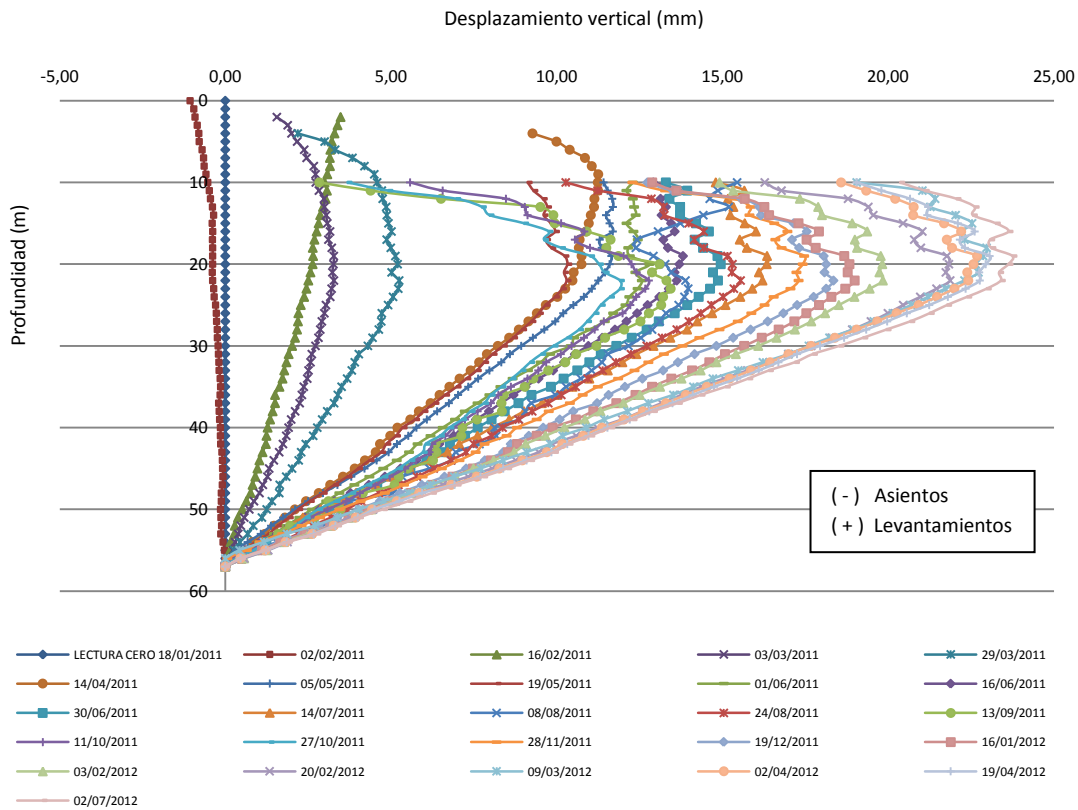


Figura 1.14. Desplazamientos acumulados medidos en el Extensómetro nº4.

En los perfiles de desplazamientos anteriores, se observa lo siguiente:

1. La evolución de los desplazamientos con las diferentes fases de excavación.
2. La forma vertical del perfil de desplazamientos a determinadas profundidades.
3. Una inversión de la tendencia del levantamiento del terreno en la parte superficial, de forma sistemática.

El tipo de problema que se está estudiando, junto con el conocimiento experimental del comportamiento del terreno, llevan a considerar los siguientes elementos a la hora de plantear modelos numéricos capaces de reproducir el comportamiento observado:

1. Comportamiento reversible no lineal (Figura 1.15)

La magnitud de los desplazamientos medidos lleva a considerar la necesidad de trabajar en el rango de las pequeñas deformaciones, donde el comportamiento del terreno es reversible no lineal e histerético.

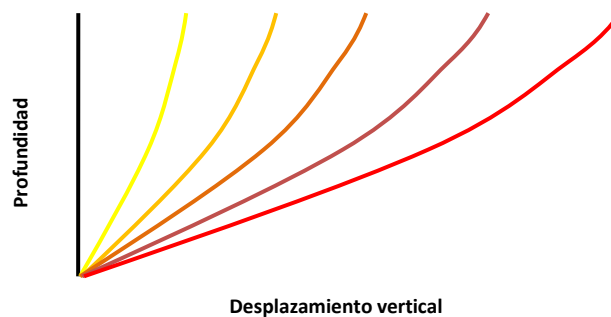


Figura 1.15. Evolución de los desplazamientos verticales medidos por los extensómetros.

2. Condiciones de flujo / permeabilidad del terreno (Figura 1.16)

La forma vertical del perfil de desplazamientos a determinadas profundidades puede estar indicando la existencia de estratos de baja permeabilidad con un comportamiento de tipo no drenado.

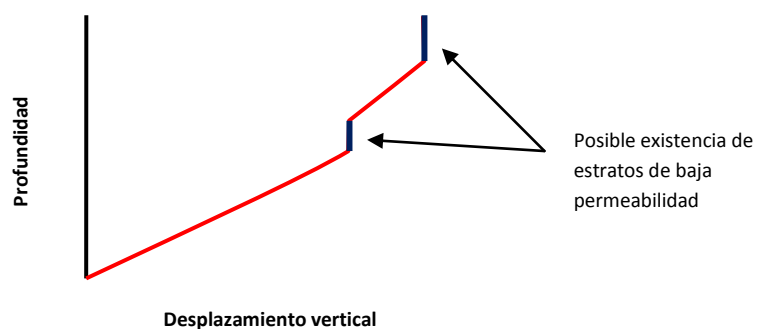


Figura 1.16. Posible existencia de estratos con baja permeabilidad.

3. Retracción por desecación (Figura 1.17)

La inversión de la tendencia del levantamiento del terreno en la parte superficial, así como la existencia de una forma vertical del perfil de desplazamientos a determinadas profundidades, puede indicar retracción por desecación en las capas superficiales del terreno. También podría estar indicando la existencia de acopios o taludes próximos.

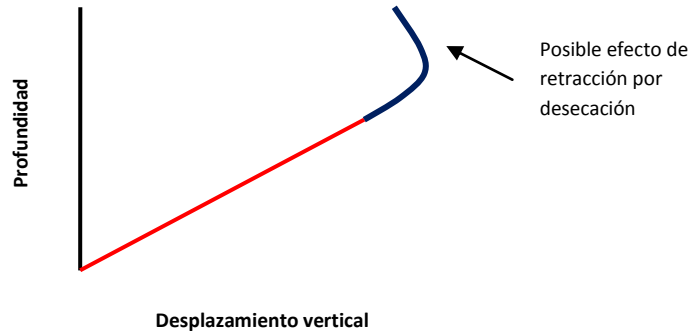


Figura 1.17. Posible efecto de retracción por desecación del terreno.

1.2. Objetivos de la tesina

Los principales objetivos de este trabajo son los siguientes:

- i) Revisar algunas de las principales teorías elásticas no lineales en suelos.
- ii) Revisar algunas de las principales teorías que permiten introducir el comportamiento histerético en suelos.
- iii) Revisar el marco de la modelación del fenómeno de retracción por desecación en suelos.
- iv) Analizar el modelo "Small Strain Overlay Model" (SSOM) y "Hardening Soil-Small" (HS-S) de Benz, desde un punto de vista teórico. Este análisis se centrará en el comportamiento elástico no lineal e histerético del modelo.
- v) Analizar el modelo "Hardening Soil with Small Strain Stiffness" (HS-SS) de Plaxis, basado en el modelo SSOM y HS-S, desde un punto de vista numérico.
- vi) Reproducir las medidas de los extensómetros instalados en la excavación de La Sagrera mediante modelos numéricos, atendiendo especialmente al comportamiento no lineal del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, a las condiciones de flujo de determinados estratos poco permeables y a los efectos de la retracción por desecación del suelo. Se contempla la realización de ensayos, en el suelo del vaso de la excavación, para verificar los parámetros fundamentales de los modelos numéricos utilizados.

1.3. Estructuración del documento

El documento se estructura en siete capítulos.

En el Capítulo 1 se expone la motivación que ha llevado a desarrollar este trabajo. Dicha motivación se centra en reproducir numéricamente las medidas de los extensómetros instalados en la excavación urbana de La Sagrera. Tras analizar cualitativamente dichas medidas, se ha considerado adecuado para su simulación numérica, aplicar modelos que tengan en cuenta la no linealidad del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, el comportamiento no drenado en determinadas capas de terreno poco permeables y el efecto de la retracción por desecación del suelo.

En el Capítulo 2 se revisan algunas de las principales teorías elásticas no lineales, consideradas relevantes en la modelación de suelos en el rango de las pequeñas deformaciones. El objetivo de este capítulo es proporcionar herramientas para, posteriormente, analizar el modelo utilizado en las simulaciones numéricas de la excavación de La Sagrera.

En el Capítulo 3 se revisan algunas de las teorías que introducen el comportamiento histerético en suelos, componente fundamental en su modelación en el rango de las pequeñas deformaciones. Se revisa la teoría paraelástica e hipoplástica. El objetivo de este capítulo es proporcionar herramientas para, posteriormente, analizar el modelo utilizado en las simulaciones numéricas de la excavación de La Sagrera.

En el Capítulo 4 se analiza en profundidad, desde un punto de vista teórico, el modelo “Small Strain Overlay Model” (SSOM) de Benz (2007) y el modelo “Hardening Soil-Small” (HS-S) de Benz (2007). Por otro lado, se analiza, desde un punto de vista numérico, el modelo “Hardening Soil with Small Strain Stiffness” (HS-SS) implementado en el programa de elementos finitos Plaxis, que se basa en los dos modelos anteriores. El modelo HS-SS de Plaxis ha sido uno de los modelos utilizados en las simulaciones numéricas de la excavación de La Sagrera. Durante el análisis de los modelos SSOM y HS-S, se han detectado inconsistencias teóricas a nivel constitutivo y algorítmico. Por otro lado, durante el análisis del modelo HS-SS se han detectado inconsistencias numéricas que se reflejan claramente en los ensayos numéricos realizados.

En el Capítulo 5 se introduce el marco de la modelación del fenómeno de retracción por desecación del terreno en el contexto de la teoría de suelos parcialmente saturados. Se expone la teoría básica del modelo “Barcelona Basic Model” de Alonso et al. (1990) y del modelo de Van Genuchten (1980). El objetivo de este capítulo es proporcionar herramientas para, posteriormente, simular numéricamente la excavación de La Sagrera.

En el Capítulo 6 se simula numéricamente la excavación de La Sagrera. Para ello se ha utilizado el modelo HS-SS de Plaxis y el modelo BBM junto con el modelo de Van Genuchten para la curva de retención, ambos implementados en Code Bright. Se expone el modo de obtención de los parámetros utilizados en los modelos numéricos, y se proporcionan los resultados de los ensayos realizados sobre muestras de suelo del vaso de la excavación, para validar algunos de los parámetros fundamentales de dichos modelos. Finalmente, se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas.

En el Capítulo 7 se exponen las principales conclusiones del trabajo y se proponen las futuras líneas de investigación.

Capítulo 2

Elasticidad no lineal

La elasticidad no lineal es un componente fundamental para la modelación del suelo en el rango de las pequeñas deformaciones. Tal y como se destaca en el Capítulo 1, se considera relevante modelizar correctamente este tipo de comportamiento para simular correctamente la excavación de La Sagrera.

Existen diversas fuentes de no linealidad en la mecánica de medios continuos. En este trabajo se considera únicamente la no linealidad constitutiva dentro de la teoría de pequeñas deformaciones. En el presente capítulo, las deformaciones consideradas serán las deformaciones elásticas ($\epsilon = \epsilon^e$).

2.1. Comportamiento elástico no lineal del terreno

La teoría de la elasticidad no lineal es un marco teórico que ha tratado de dar respuesta al comportamiento reversible no lineal del terreno.

De forma esquemática, se representa la no linealidad elástica en las Figuras 2.1 y 2.2, teniendo en cuenta los postulados de estabilidad de Drucker (1951), expresados en (2.1) y (2.2).

$$d\sigma : d\epsilon > 0 \quad (2.1)$$

$$\oint d\sigma : d\epsilon \geq 0 \quad (2.2)$$

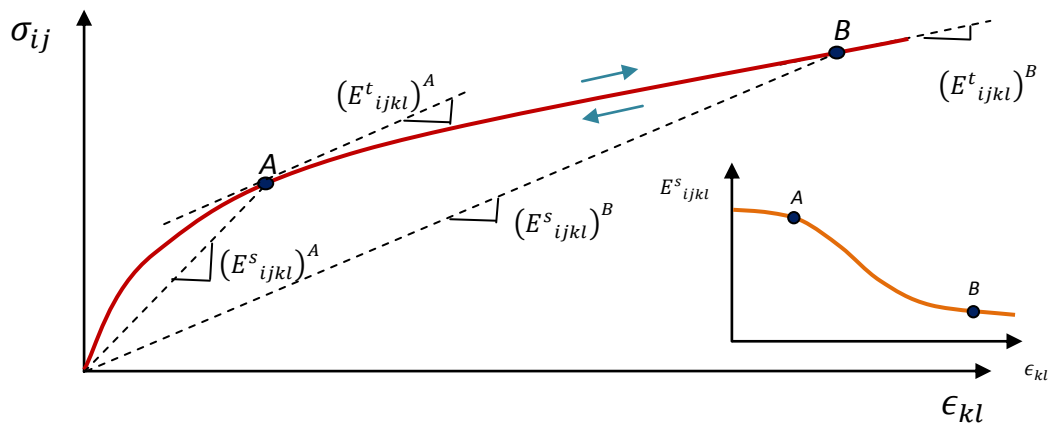


Figura 2.1. Representación de no linealidad elástica con disminución de la rigidez con la deformación.

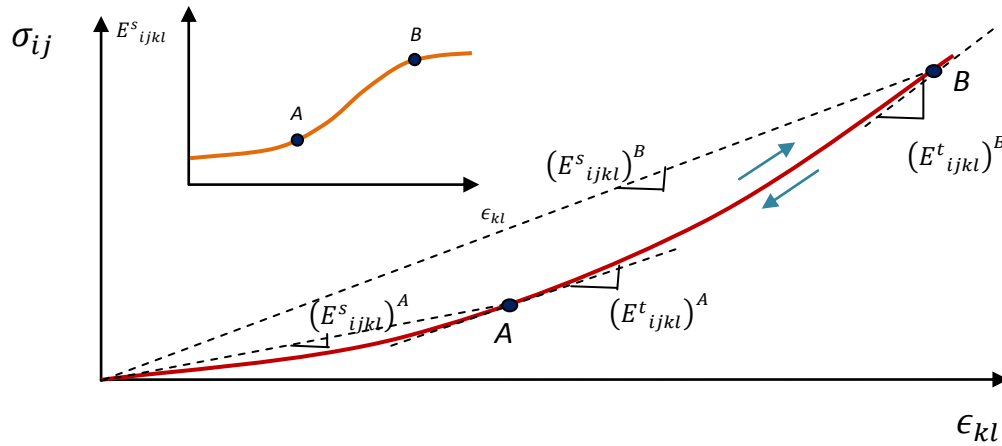


Figura 2.2. Representación de no linealidad elástica con incremento de la rigidez con la deformación.

En la Figura 2.3 y 2.4 se muestran varios resultados de ensayos reales en suelos. En la Figura 2.3 se puede ver la reducción del módulo elástico no drenado y del módulo de corte con la deformación y en la Figura 2.4 se puede ver el incremento del módulo edométrico con la deformación.

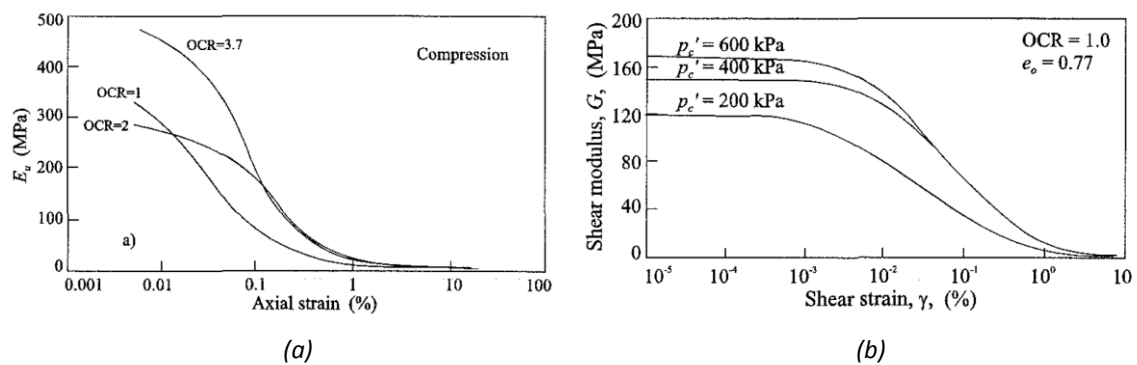


Figura 2.3. (a) Módulo elástico no drenado en ensayos de compresión con arenas sueltas del río Ham (Kuwano, 1998), (b) Módulo de corte de arenas normalmente consolidadas (Porovic y Jardine, 1994).

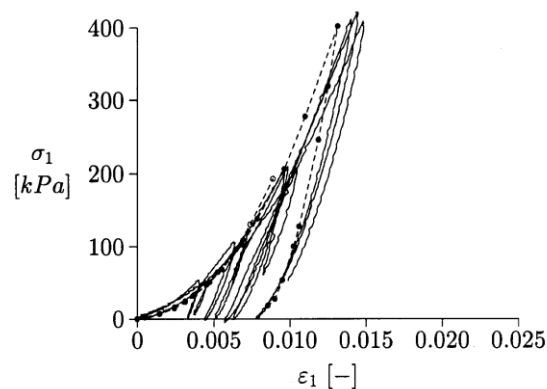


Figura 2.4. Evolución del módulo edométrico en ensayos con arenas densas de Hostun (Fuente: Manual de Materiales de Plaxis).

La teoría elástica no lineal contempla, en todo momento, un comportamiento reversible del terreno. Ello la distingue de otras teorías, como la teoría plástica, hipoplástica, viscoplástica, etc., que contemplan la existencia de deformaciones irreversibles en el terreno.

2.2. Modelos históricos

Históricamente, el modelo más utilizado en el análisis tensodeformacional de suelos, en condiciones lejanas a rotura, ha sido el modelo elástico lineal.

Dada su linealidad, dicho modelo contempla la proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, mediante la Ley de Hooke $\sigma = E\epsilon$, que generalizada al caso multiaxial, puede expresarse como $\sigma = E_s : \epsilon$.

No obstante, a pesar de su extendido uso en la práctica de la ingeniería geotécnica, el modelo elástico lineal no es capaz de reproducir correctamente el comportamiento del terreno, especialmente en el rango de las pequeñas deformaciones, donde dicho comportamiento suele ser altamente no lineal, existiendo una no proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.

Gracias a los avances en el cálculo computacional, durante la segunda mitad del s.XX se desarrollaron diversos modelos elásticos no lineales para suelos. Algunos de estos modelos son los de Janbu (1963), Kondner (1963), Evans y Pister (1966), Girjavallabhan y Reese (1968), Kulhawy et al. (1969), Duncan y Chang (1970), Takuoka (1971), Coon y Evans (1972), Hardin y Drnevich (1972), Ogden (1972), Katona et al. (1976), Ko y Masson (1976), Davis y Mullenger (1979), Boyce (1980), Desai (1980), Saleeb y Chen (1981), Jardine et al. (1986), Puzrin y Burland (1998).

2.2.1. Tipos de formulación

Se han desarrollado diferentes marcos de formulación de las leyes constitutivas elásticas no lineales. Según William (2002), estos pueden clasificarse en tres grandes grupos:

- 1) Formulación algebraica
 - 1.1) Modelos elásticos de Cauchy
 - 1.2) Modelos pseudo-elásticos
- 2) Formulación integral
 - 2.1) Modelos hiperelásticos
- 3) Formulación diferencial
 - 3.1) Modelos hipoeelásticos

2.2.2. Formulación algebraica

2.2.2.1. Modelos elásticos de Cauchy

Los modelos elásticos de Cauchy consideran la existencia de funciones tensoriales no lineales que relacionan tensiones y deformaciones.

En estos modelos, el estado de tensiones en un punto, depende únicamente del estado de deformaciones en dicho punto, y viceversa. Ello se refleja en las siguientes expresiones generales:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{F}'(\boldsymbol{\sigma}) \quad (2.4)$$

Utilizando funciones tensoriales isótropas simétricas de segundo orden y aplicando el teorema de Cayley-Hamilton sobre $\boldsymbol{\epsilon}$ y $\boldsymbol{\sigma}$, según el cual un tensor de segundo orden satisface la ecuación de su polinomio característico, es posible expresar (2.3) y (2.4) de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\epsilon}) = \phi_1 \mathbf{1} + \phi_2 \boldsymbol{\epsilon} + \phi_3 \boldsymbol{\epsilon}^2 \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{F}'(\boldsymbol{\sigma}) = \phi'_1 \mathbf{1} + \phi'_2 \boldsymbol{\sigma} + \phi'_3 \boldsymbol{\sigma}^2 \quad (2.6)$$

Las funciones escalares ϕ_i dependen, en general, de $\boldsymbol{\epsilon}$ ($\phi_i = \phi_i(\boldsymbol{\epsilon})$), y las funciones escalares ϕ'_i dependen, en general, de $\boldsymbol{\sigma}$ ($\phi'_i = \phi'_i(\boldsymbol{\sigma})$).

A priori, y dada la arbitrariedad en las funciones ϕ_i y ϕ'_i , este tipo de modelos pueden dar lugar a la generación de energía en cargas cíclicas, incumpliendo así los principios de la termodinámica.

2.2.2.2. Modelos pseudo-elásticos

Los modelos pseudo-elásticos pueden considerarse un caso particular de los modelos elásticos de Cauchy. En este caso, la no linealidad constitutiva se incorpora a través del tensor de rigidez/flexibilidad elástico secante.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\epsilon}) = \mathbf{E}_s : \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.7)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{F}'(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{C}_s : \boldsymbol{\sigma} \quad (2.8)$$

Si se considera un material isótropo, el tensor de rigidez elástico secante \mathbf{E}_s y el tensor de flexibilidad elástico secante \mathbf{C}_s , dependen de dos parámetros, y se pueden expresar, utilizando los coeficientes de Lamé secantes, como:

$$\mathbf{E}_s = \lambda_s \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu_s \mathbb{I} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{C}_s = \frac{-\lambda_s}{2\mu_s(3\lambda_s + 2\mu_s)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{1}{2\mu_s} \mathbb{I} \quad (2.10)$$

En (2.9) y (2.10), \mathbb{I} es el tensor identidad simétrico de cuarto orden $\mathbb{I} = \frac{1}{2}(\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1})$, que en componentes se expresa como $\mathbb{I}_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$.

Substituyendo (2.9) en (2.7) y en (2.10) en (2.8), se obtiene:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda_s \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{1} + 2\mu_s \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{-\lambda_s}{2\mu_s(3\lambda_s + 2\mu_s)} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1} + \frac{1}{2\mu_s} \boldsymbol{\sigma} \quad (2.12)$$

En mecánica de suelos es habitual trabajar con el módulo volumétrico $K = \lambda - \frac{2}{3}\mu$ y el módulo de corte $G = \mu$, en vez de con los coeficientes de Lamé λ y μ , puesto que de este modo es posible desacoplar el comportamiento volumétrico del comportamiento desviador en dos expresiones diferenciadas.

En los modelos pseudo-elásticos se utilizan los parámetros secantes K_s y G_s , que varían de forma no lineal con las tensiones y/o las deformaciones. Si se substituyen los valores de los parámetros $\lambda_s = K_s - \frac{2}{3}G_s$ y $\mu_s = G_s$ en (2.11), y considerando $\mathbf{e} = \boldsymbol{\epsilon} - \epsilon_{oct} \mathbf{1}$ y $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_{oct} \mathbf{1}$, siendo $\epsilon_{oct} = \frac{1}{3}\epsilon_{ii}$ y $\sigma_{oct} = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, se obtiene:

$$\boldsymbol{\sigma} = K_s \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{1} + 2G_s \mathbf{e} \quad (2.13)$$

$$\sigma_{oct} = 3K_s \epsilon_{oct} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{s} = 2G_s \mathbf{e} \quad (2.15)$$

Elevando al cuadrado los dos lados de la igualdad (2.15), y teniendo en cuenta que $\mathbf{s} : \mathbf{s} = 3\tau_{oct}^2$ y que $\mathbf{e} : \mathbf{e} = \frac{3}{4}\gamma_{oct}^2$, se llega a la siguiente expresión:

$$\tau_{oct} = G_s \gamma_{oct} \quad (2.16)$$

Las expresiones (2.14) y (2.16) se pueden expresar matricialmente como sigue:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{oct} \\ \tau_{oct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3K_s & 0 \\ 0 & G_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{oct} \\ \gamma_{oct} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Introducir la no linealidad constitutiva a través de los módulos secantes K_s y G_s lleva a los conocidos modelos $K - G$ no lineales.

Para evitar generar energía durante la aplicación de cargas cíclicas, e incumplir así los principios termodinámicos, es necesario imponer unas condiciones que deberían cumplir los parámetros elásticos secantes K_s y G_s . Para ello, se calcula la energía de deformación Ψ y se obliga a que esta no dependa de la trayectoria seguida.

$$\Psi = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} (\mathbf{s} : d\mathbf{e} + 3\sigma_{oct} d\epsilon_{oct}) \quad (2.18)$$

Haciendo un cambio de variable en (2.18) según $dI_1^{\epsilon} = 3d\epsilon_{oct}$ y $dJ_2^{\epsilon} = \mathbf{e} : d\mathbf{e}$, donde I_1^{ϵ} es el primer invariante del tensor $\boldsymbol{\epsilon}$ y J_2^{ϵ} es el segundo invariante del tensor \mathbf{e} , y utilizando las expresiones (2.14) y (2.15), se tiene:

$$\Psi = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} (2G_s \mathbf{e} : d\mathbf{e} + 3K_s \epsilon_{oct} 3d\epsilon_{oct}) = \int_{J_{20}^{\epsilon}}^{J_2^{\epsilon}} 2G_s dJ_2^{\epsilon} + \int_{I_{10}^{\epsilon}}^{I_1^{\epsilon}} K_s I_1^{\epsilon} dI_1^{\epsilon} \quad (2.19)$$

De (2.19) se deduce que para que Ψ no dependa de la trayectoria seguida, debe elegirse:

$$G_s = G'_s(J_2^{\epsilon}) = G_s(\gamma_{oct}) \quad (2.20)$$

$$K_s = K'_s(I_1^{\epsilon}) = K_s(\epsilon_{oct}) \quad (2.21)$$

Es posible desarrollar el mismo razonamiento, partiendo de la relación $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{C}_s : \boldsymbol{\sigma}$. En este caso, se obtendría $G_s = G^*_s(\tau_{oct})$ y $K_s = K^*_s(\sigma_{oct})$.

En este tipo de modelos, el tensor de rigidez elástico tangente \mathbf{E}_t , que relaciona $d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_t : d\boldsymbol{\epsilon} = d\mathbf{E}_s : d\boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{E}_s : d\boldsymbol{\epsilon}$, se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}_t = \left(K_t - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} \quad (2.22)$$

$$K_t = K_s + \epsilon_{oct} \frac{dK_s}{d\epsilon_{oct}} \quad (2.23)$$

$$G_t = G_s + \gamma_{oct} \frac{dG_s}{d\gamma_{oct}} \quad (2.24)$$

El término $\mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$ en (2.22) introduce una anisotropía inducida en el tensor de rigidez elástico tangente, haciendo que las direcciones principales de $d\boldsymbol{\sigma}$ no coincidan con las de $d\boldsymbol{\epsilon}$.

2.2.2.3. Ventajas e inconvenientes

Los modelos elásticos de Cauchy y los modelos pseudo-elásticos:

- Conformen formulaciones simples desde un punto de vista conceptual y matemático.
- Los parámetros de los modelos son, en general, fáciles de obtener a partir de ensayos simples.
- No consideran que la rigidez dependa de la historia de tensiones o deformaciones.
- En función de la elección de los parámetros del modelo, puede darse lugar a la generación de energía en ciclos de tensión o deformación cerrados, violando así los principios termodinámicos.
- No distinguen entre rigidez en carga o descarga/recarga.
- No consideran el comportamiento acoplado entre componente esférica y desviadora.

2.2.3. Formulaci3n integral

2.2.3.1. Modelos hiperel3sticos

En los modelos hiperel3sticos se definen unos potenciales de energ3a, a partir de los cuales se derivan las leyes constitutivas del material.

Estos potenciales son la energ3a de deformaci3n $\Psi = \Psi(\epsilon)$ y la energ3a complementaria de deformaci3n $\Omega = \Omega(\sigma)$, que es la transformada de Legendre de la primera.

$$\sigma = \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} \quad (2.25)$$

$$\epsilon = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} \quad (2.26)$$

A partir de (2.25) y (2.26), se puede comprobar que este tipo de modelos cumple el principio termodinámico seg3n el cual no es posible generar energ3a en ciclos cerrados de tensiones o deformaciones.

$$\Psi(\epsilon) = \oint \sigma : d\epsilon = \oint \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} : d\epsilon = \oint d\Psi = 0 \quad (2.27)$$

$$\Omega(\sigma) = \oint \epsilon : d\sigma = \oint \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} : d\sigma = \oint d\Omega = 0 \quad (2.28)$$

A partir de (2.25), (2.26) se pueden calcular los tensores de rigidez y flexibilidad el3sticos tangentes que relacionan $d\sigma = E_t : d\epsilon$ y $d\epsilon = C_t : d\sigma$, de la siguiente forma:

$$E_t = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \epsilon \otimes \partial \epsilon} \quad (2.29)$$

$$C_t = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \sigma \otimes \partial \sigma} \quad (2.30)$$

En el caso de materiales is3otropos, los potenciales $\Psi(\epsilon)$ y $\Omega(\sigma)$ dependen de los invariantes de los tensores de tensiones y deformaciones.

Se definen los siguientes momentos invariantes:

$$\hat{I}_i^\epsilon = \frac{1}{i} \text{tr}(\epsilon^i) \quad (2.31)$$

$$\hat{I}_i^\sigma = \frac{1}{i} \text{tr}(\sigma^i) \quad (2.32)$$

Utilizando las expresiones (2.31) y (2.32) y la regla de la cadena sobre (2.25) y (2.26), se obtiene:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_1^\epsilon} \frac{\partial \hat{I}_1^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} + \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_2^\epsilon} \frac{\partial \hat{I}_2^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} + \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_3^\epsilon} \frac{\partial \hat{I}_3^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (2.33)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_1^\sigma} \frac{\partial \hat{I}_1^\sigma}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_2^\sigma} \frac{\partial \hat{I}_2^\sigma}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_3^\sigma} \frac{\partial \hat{I}_3^\sigma}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.34)$$

Se calculan las derivadas de las expresiones (2.31) y (2.32) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \hat{I}_i^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} = \boldsymbol{\epsilon}^{i-1} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \hat{I}_i^\sigma}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}^{i-1} \quad (2.36)$$

Substituyendo (2.35) en (2.33) y (2.36) en (2.34) obtenemos:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_1^\epsilon} \mathbf{1} + \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_2^\epsilon} \boldsymbol{\epsilon} + \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_3^\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}^2 \quad (2.37)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_1^\sigma} \mathbf{1} + \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_2^\sigma} \boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_3^\sigma} \boldsymbol{\sigma}^2 \quad (2.38)$$

Y empleando la notación $\Psi_i = \frac{\partial \Psi}{\partial \hat{I}_i^\epsilon}$ y $\Omega_i = \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_i^\sigma}$ tenemos:

$$\boldsymbol{\sigma} = \Psi_1 \mathbf{1} + \Psi_2 \boldsymbol{\epsilon} + \Psi_3 \boldsymbol{\epsilon}^2 \quad (2.39)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \Omega_1 \mathbf{1} + \Omega_2 \boldsymbol{\sigma} + \Omega_3 \boldsymbol{\sigma}^2 \quad (2.40)$$

Como se puede ver, las expresiones (2.39) y (2.40) tienen la misma forma que las expresiones (2.5) y (2.6). No obstante los coeficientes $W_i = \frac{\partial W}{\partial \hat{I}_i^\epsilon}$ y $\Omega_i = \frac{\partial \Omega}{\partial \hat{I}_i^\sigma}$, a diferencia de ϕ_i y ϕ'_i , satisfacen el teorema de Schwartz, que implica las siguientes condiciones de integrabilidad:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \hat{I}_i^\epsilon \partial \hat{I}_j^\epsilon} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \hat{I}_j^\epsilon \partial \hat{I}_i^\epsilon} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \hat{I}_i^\sigma \partial \hat{I}_j^\sigma} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \hat{I}_j^\sigma \partial \hat{I}_i^\sigma} \quad (2.42)$$

De (2.41) y (2.42) se deriva que los tensores de rigidez y flexibilidad elásticos tangentes tienen simetría mayor en los modelos hiperelásticos ($\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_t^T$ y $\mathbf{C}_t = \mathbf{C}_t^T$), condición necesaria para cumplir los principios termodinámicos. Estas condiciones no tienen porque cumplirse en (2.5) y (2.6).

Finalmente, en el caso de materiales isótopos, se tiene:

$$\Psi(\epsilon) = \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon : \epsilon + \frac{E\nu}{2(1+\nu)(1-2\nu)} tr(\epsilon)^2 \quad (2.43)$$

$$\Omega(\sigma) = \frac{1+\nu}{2E} \sigma : \sigma - \frac{\nu}{2E} tr(\sigma)^2 \quad (2.44)$$

Empleando la teoría hiperelástica, también es posible construir modelos $K - G$ hiperelásticos no lineales. Para ello, los potenciales elásticos se hacen depender de los invariantes octaédricos de ϵ y σ .

$$\Psi(\epsilon) = \Psi_{vol}(\epsilon_{oct}) + \Psi_{desv}(\gamma_{oct}) \quad (2.45)$$

$$\Omega(\sigma) = \Omega_{vol}(\sigma_{oct}) + \Omega_{desv}(\tau_{oct}) \quad (2.46)$$

2.2.3.2. Ventajas e inconvenientes

Los modelos hiperelásticos:

- Satisfacen de forma rigurosa los requerimientos teóricos de continuidad, estabilidad, unicidad y principios termodinámicos.
- Introducen un gran número de parámetros, que a menudo, son difíciles de obtener a partir de ensayos simples.
- No consideran que la rigidez dependa de la historia de tensiones o deformaciones.
- No distinguen entre rigidez en carga o descarga/recarga.
- No consideran el comportamiento acoplado entre componente esférica y desviadora.

2.2.4. Formulación diferencial

2.2.4.1. Modelos hipoelásticos

Los modelos hipoelásticos consideran la existencia de funciones tensoriales que relacionan los incrementos de tensión con las deformaciones y/o tensiones, y con el incremento de deformación.

$$\dot{\sigma} = G(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) \quad (2.47)$$

A diferencia de la formulación algebraica y de la formulación integral expuesta en los apartados anteriores, en la formulación hipoelástica sí se tiene en cuenta la historia tensodeformacional en la ley constitutiva del material. Ello se evidencia en la siguiente forma de expresar el tensor de tensiones:

$$\sigma = \int G(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) dt \quad (2.48)$$

Utilizando el teorema de Cayley-Hamilton, se puede demostrar que las formas más generales de expresar la ecuación constitutiva hipoelástica (2.47) mediante funciones isotropas de dos tensores simétricos de segundo orden, son las siguientes:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} = & \psi_1 \mathbf{1} + \psi_2 \sigma + \psi_3 \sigma^2 + \psi_4 \dot{\epsilon} + \psi_5 \dot{\epsilon}^2 + \psi_6 (\sigma \cdot \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \cdot \sigma) + \\ & \psi_7 (\sigma \cdot \dot{\epsilon}^2 + \dot{\epsilon}^2 \cdot \sigma) + \psi_8 (\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \cdot \sigma^2) + \psi_9 (\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon}^2 + \dot{\epsilon}^2 \cdot \sigma^2)\end{aligned}\quad (2.49)$$

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} = & \psi'_1 \mathbf{1} + \psi'_2 \epsilon + \psi'_3 \epsilon^2 + \psi'_4 \dot{\epsilon} + \psi'_5 \dot{\epsilon}^2 + \psi'_6 (\epsilon \cdot \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \cdot \epsilon) + \\ & \psi'_7 (\epsilon \cdot \dot{\epsilon}^2 + \dot{\epsilon}^2 \cdot \epsilon) + \psi'_8 (\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} \cdot \epsilon^2) + \psi'_9 (\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon}^2 + \dot{\epsilon}^2 \cdot \epsilon^2)\end{aligned}\quad (2.50)$$

Las funciones ψ_i dependen en general de σ y ϵ , y de los cuatro invariantes $Q_1 = \text{tr}(\sigma \cdot \dot{\epsilon})$, $Q_2 = \text{tr}(\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon})$, $Q_3 = \text{tr}(\sigma \cdot \dot{\epsilon}^2)$ y $Q_4 = \text{tr}(\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon}^2)$, resultando $\psi_i = \psi_i(\sigma, \epsilon, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$. Asimismo, las funciones ψ'_i dependen en general de σ y ϵ , y de los cuatro invariantes $Q'_1 = \text{tr}(\epsilon \cdot \dot{\epsilon})$, $Q'_2 = \text{tr}(\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon})$, $Q'_3 = \text{tr}(\epsilon \cdot \dot{\epsilon}^2)$ y $Q'_4 = \text{tr}(\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon}^2)$, resultando $\psi'_i = \psi'_i(\sigma, \epsilon, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4)$.

Asumiendo que el comportamiento del material es independiente del tiempo, la expresión (2.47) debe ser homogénea de orden uno en el término $\dot{\epsilon}$.

$$G(\sigma, \epsilon, \lambda \dot{\epsilon}) = \lambda G(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) \quad (2.51)$$

Para ello, es necesario que en (2.49) $\psi_5 = \psi_7 = \psi_9 = 0$, ψ_4 , ψ_6 y ψ_8 sean independientes de $\dot{\epsilon}$, y ψ_1 , ψ_2 y ψ_3 dependan de $\dot{\epsilon}$ con potencia 1. Asimismo, es necesario que en (2.50) $\psi'_5 = \psi'_7 = \psi'_9 = 0$, ψ'_4 , ψ'_6 y ψ'_8 sean independientes de $\dot{\epsilon}$, y ψ'_1 , ψ'_2 y ψ'_3 dependan de $\dot{\epsilon}$ con potencia 1.

En estas condiciones, mutiplicando la ecuación (2.47) por dt , y teniendo en cuenta que $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$ y $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}$, se obtiene:

$$dt \frac{d\sigma}{dt} = dt G\left(\sigma, \epsilon, \frac{d\epsilon}{dt}\right) = dt \frac{1}{dt} G(\sigma, \epsilon, d\epsilon) \Rightarrow d\sigma = G(\sigma, \epsilon, d\epsilon) \quad (2.52)$$

Dentro de los modelos hipoelásticos, existe un subtipo llamado modelos hipoelásticos incrementalmente lineales, que se expresan de la siguiente forma:

$$\dot{\sigma} = E_t(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) : \dot{\epsilon} \quad (2.53)$$

En la forma más general de los tensores de rigidez tangentes isotropos $E_t(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon})$ intervienen 12 funciones que dependen de 3 invariantes de σ , 3 invariantes de ϵ , y de los invariantes $Q_1 = \text{tr}(\sigma \cdot \dot{\epsilon})$, $Q_2 = \text{tr}(\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon})$, $Q_3 = \text{tr}(\sigma \cdot \dot{\epsilon}^2)$ y $Q_4 = \text{tr}(\sigma^2 \cdot \dot{\epsilon}^2)$.

$$\begin{aligned}E_t(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) = & C_1 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + C_2 \sigma \otimes \mathbf{1} + C_3 \sigma^2 \otimes \mathbf{1} + C_4 \mathbf{1} \otimes \sigma + \\ & C_5 \sigma \otimes \sigma + C_6 \sigma^2 \otimes \sigma + C_7 \mathbf{1} \otimes \sigma^2 + C_8 \sigma \otimes \sigma^2 + C_9 \sigma^2 \otimes \sigma^2 + \\ & C_{10} (\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) + C_{11} (\sigma \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \sigma) + C_{12} (\sigma^2 \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \sigma^2)\end{aligned}\quad (2.54)$$

O bien dichas funciones dependen de 3 invariantes de σ , 3 invariantes de ϵ , y de los invariantes $Q'_1 = \text{tr}(\epsilon \cdot \dot{\epsilon})$, $Q'_2 = \text{tr}(\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon})$, $Q'_3 = \text{tr}(\epsilon \cdot \dot{\epsilon}^2)$ y $Q'_4 = \text{tr}(\epsilon^2 \cdot \dot{\epsilon}^2)$.

$$\begin{aligned} E_t(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) = & C'_1 \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + C'_2 \epsilon \otimes \mathbf{1} + C'_3 \epsilon^2 \otimes \mathbf{1} + C'_4 \mathbf{1} \otimes \epsilon + \\ & C'_5 \epsilon \otimes \epsilon + C'_6 \epsilon^2 \otimes \epsilon + C'_7 \mathbf{1} \otimes \epsilon^2 + C'_8 \epsilon \otimes \epsilon^2 + C'_9 \epsilon^2 \otimes \epsilon^2 + \\ & C'_{10} (\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) + C'_{11} (\epsilon \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \epsilon) + C'_{12} (\epsilon^2 \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \epsilon^2) \end{aligned} \quad (2.55)$$

De la misma manera, se pueden definir los tensores de flexibilidad tangentes de la siguiente forma:

$$\dot{\epsilon} = C_t(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}) : \dot{\sigma} \quad (2.56)$$

En base a lo anterior, se puede ver como el modelo $K - G$ elástico no lineal que se ha desarrollado en los modelos pseudo-elásticos, se trata de un caso particular de un modelo hipoeelástico incrementalmente lineal no isótropo. Comparando (2.22) con (2.55), se deduce:

$$C'_1 = \left(K_t - \frac{2}{3} G_s \right) + \epsilon_{oct}^2 \frac{4 (G_t - G_s)}{3 \gamma_{oct}^2} \quad (2.57)$$

$$C'_2 = -\epsilon_{oct} \frac{4 (G_t - G_s)}{3 \gamma_{oct}^2} \quad (2.58)$$

$$C'_3 = -\epsilon_{oct} \frac{4 (G_t - G_s)}{3 \gamma_{oct}^2} \quad (2.59)$$

$$C'_5 = \frac{4 (G_t - G_s)}{3 \gamma_{oct}^2} \quad (2.60)$$

$$C'_{10} = G_s \quad (2.61)$$

Por otro lado, dentro de los modelos hipoeelásticos, existe otro subtipo llamado modelos hipoeelásticos incrementalmente no lineales, a los que también se denomina modelos hipoplásticos, cuya teoría se expone en el Capítulo 3 del presente trabajo.

Los modelos hipoeelásticos pueden ser parabólicos, hiperbólicos y elípticos, dependiendo de la forma matemática de las funciones que intervienen en la expresión de los tensores de rigidez y flexibilidad elásticos tangentes.

2.2.4.2. Ventajas e inconvenientes

Los modelos hipoeelásticos incrementalmente lineales:

- Conforman formulaciones simples desde un punto de vista conceptual y matemático.
- Los parámetros de los modelos son, en general, fáciles de obtener a partir de ensayos simples.
- Contemplan la dependencia de la rigidez con la historia de tensiones y/o deformaciones.

- En función de la elección de los parámetros del modelo, puede darse lugar a la generación de energía en ciclos de tensión o deformación cerrados, violando así los principios termodinámicos.
- Dependiendo de la formulación, contemplan anisotropía inducida de tensiones y/o deformaciones.
- No distingue entre rigidez en carga o descarga/recarga.
- No consideran el comportamiento acoplado entre componente esférica y desviadora.
- En un estado de tensiones multiaxial, no proporcionan un criterio único para definir cuándo se está realizando una carga o una descarga elástica.
- Los modelos isótropos deben limitarse al análisis de problemas con trayectorias de tensiones y deformaciones similares a las de los experimentos empleados para determinar los parámetros asociados a dichos modelos. Ello suele suponer un problema en el análisis de casos bajo cargas cíclicas.

Capítulo 3

Comportamiento histerético. Paraelasticidad e Hipoplasticidad

El comportamiento histerético juega un papel fundamental en la modelación del suelo en el rango de las pequeñas deformaciones. Por ello, se considera un elemento relevante a tener presente en la simulación de la excavación de La Sagrera.

3.1. Limitaciones de la teoría elástica no lineal

Las teorías elásticas no lineales desarrolladas en el Capítulo 2, suponen una mejor aproximación teórica al comportamiento del terreno respecto a la teoría elástica lineal. Aún así, sigue existiendo un conjunto de características relevantes del comportamiento del terreno que no se pueden reproducir empleando únicamente la teoría elástica no lineal. Algunas de ellas son:

En el rango de las pequeñas deformaciones:

- 1) Comportamiento histerético durante cargas estáticas y dinámicas, simétricas y asimétricas.
 - a. Reversibilidad en ciclos cerrados.
 - b. Diferencia de rigideces en carga y descarga/recarga.
 - c. Disipación de energía en ciclos cerrados.

En un contexto más amplio:

- 1) Deformaciones permanentes.
- 2) Condiciones de rotura.
- 3) Acoplamiento de la componente esférica y desviadora.
- 4) Fenómenos de localización.
- 5) Efectos de cementación.

A pesar de que diversas teorías han tratado de integrar estas características, la complejidad del problema de modelación presentado, hace que no exista un modelo extendido en la práctica de la ingeniería geotécnica, capaz de reproducir todas estas características del suelo.

3.2. Limitaciones de la teoría elastoplástica

Una de las principales teorías que ha tratado de dar respuesta a varios de los aspectos del comportamiento de los suelos citados en el apartado anterior es la teoría elastoplástica, que ha sido ampliamente desarrollada a lo largo del s.XX.

Se trata de una de las teorías más utilizadas en los diferentes códigos numéricos empleados en la práctica de la ingeniería geotécnica, junto con la teoría elástica.

La teoría elastoplástica ha permitido:

- 1) Reproducir el comportamiento histerético del terreno en un contexto elastoplástico (Mroz, 1967, Al-Taaba y Wood, 1989, etc.).
- 2) Reproducir deformaciones permanentes en el terreno.
- 3) Reproducir condiciones de rotura y estados críticos del terreno (Roscoe y Schofield, 1963, Matsuoka y Nakai, 1974, Lade y Duncan, 1975, etc.).
- 4) Reproducir fenómenos de localización (Vardoulakis, 1985, etc.).
- 5) Reproducir efectos de cementación (Gens y Nova, 1993, etc.).

No obstante, la elevada complejidad de los modelos que incluyen estos conceptos, así como su difícil implementación numérica, junto con la elevada cantidad de parámetros que suelen requerir, en muchos casos han limitado su uso a la investigación académica.

3.3. Enfoque centrado en el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones

Como se ha expuesto en el Capítulo 1, modelizar el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, ha pasado a ser, durante las últimas décadas, un objetivo relevante en la ingeniería geotécnica práctica.

Las principales características que debe cumplir un modelo para reproducir adecuadamente el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, según diversos autores, son:

- 1) Comportamiento reversible no lineal.
- 2) Comportamiento histerético durante cargas estáticas y dinámicas, simétricas y asimétricas.
 - a. Reversibilidad en ciclos cerrados.
 - b. Diferencia de rigideces en carga y descarga.
 - c. Disipación de energía en ciclos cerrados.

Además, se consideran importantes las siguientes características:

- 3) Implementación robusta del modelo y empleo de algoritmos eficientes.
- 4) Requerimientos de memoria razonables.
- 5) Acoplamiento a modelos constitutivos elastoplásticos existentes.

La teoría elástica no lineal no es capaz de cumplir todas estas características. Por otro lado, las teorías elastoplásticas mencionadas en el apartado 3.2 que sí cumplen varias de estas características, son, en general, de compleja implementación y uso limitado.

Partiendo de este marco de referencia y de las necesidades de la ingeniería geotécnica práctica, durante los últimos años se han desarrollado modelos sencillos que han tratado de cumplir estas características. Dichos modelos se han ido extendiendo poco a poco en la práctica habitual de la ingeniería geotécnica, y cada vez parecen ser más aceptados.

Entre estos modelos, encontramos el modelo "Hardening Soil with Small Strain Stiffness" (HS-SS) implementado en el código comercial geotécnico de elementos finitos Plaxis, y basado en los trabajos de Benz (2007).

En el presente capítulo se introduce el marco teórico sobre el que se fundamenta la forma en la que el modelo HS-SS trata el comportamiento histerético del suelo.

Debe mencionarse que el hecho de que el rango de medias-grandes deformaciones no sea objeto del presente trabajo, deja fuera del mismo, el estudio de la modelación del comportamiento del terreno ante cargas dinámicas en dicho rango de deformaciones. Este tipo de modelación debería considerar la dependencia del comportamiento del terreno con el número de ciclos de carga aplicados, como hace, por ejemplo, el modelo endocrónico, capaz de simular problemas de licuefacción en suelos bajo la acción de cargas sísmicas.

3.4. Praelasticidad

La teoría praelástica originalmente fue desarrollada por Huekel y Nova (1979). Los modelos praelásticos tratan de reproducir el comportamiento histerético del suelo, fuera de la fluencia plástica del mismo (Figura 3.1).

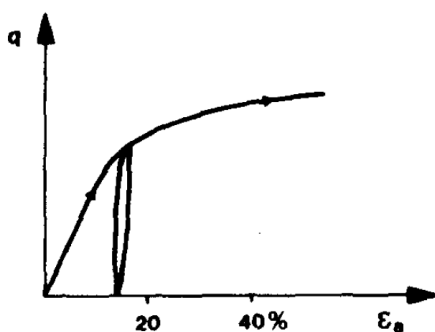


Figura 3.1. Carga noval con ciclo de descarga-recarga (Hueckel y Nova, 1979).

La denominación "praelástico" proviene del hecho de que las leyes constitutivas no lineales durante las descarga/recargas de estos modelos, no son continuas. Ello se debe a la existencia de puntos de reversión, que dan lugar a la aparición de deformaciones temporalmente permanentes en ciclos abiertos. No obstante, estos modelos aseguran la reversibilidad total en ciclos cerrados que parten de un determinado punto de reversión.

Un caso particular de material praelástico, es aquel que cumple las Reglas de Masing extendidas, como se expondrá más adelante.

La teoría paraelástica permite el acoplamiento a un modelo elastoplástico o hipoplástico. Un ejemplo de ello es la aplicación de las Reglas de Masing en multitud de modelos.

3.4.1. Modelo de Hueckel y Nova (1979)

3.4.1.1. Introducción

El modelo paraelástico de Hueckel y Nova (1979) tiene por objetivo reproducir el comportamiento del terreno ante ciclos de carga y descarga, en condiciones estáticas y dinámicas, simétricas y asimétricas.

3.4.1.2. Comportamiento histerético en un ciclo unidimensional

Hueckel y Nova, en base a las observaciones hechas sobre ensayos en los que se realizan ciclos de carga y descarga uniaxial (*Figura 3.2*), extraen las siguientes conclusiones:

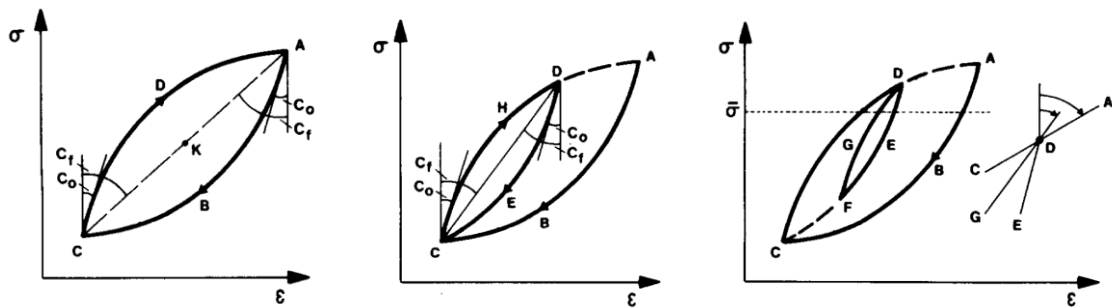


Figura 3.2. Idealización del comportamiento en ciclos histeréticos (Hueckel y Nova, 1979).

- 1) El comportamiento del material se define a trozos entre puntos de reversión.
- 2) La respuesta del material depende de variables de historia. Como se ve en la *Figura 3.2*, para un mismo valor de la tensión, pueden existir diferentes valores de la deformación, y viceversa.
- 3) La historia relativa a un determinado ciclo, se elimina una vez se cierra dicho ciclo.
- 4) La rigidez del material, partiendo de un punto de reversión (L), degrada de forma no lineal con la deformación, siendo un parámetro del modelo el que controla este proceso. Esta no linealidad genera dos componentes en la deformación, medida desde el punto de reversión L : una componente elástica ($\Delta L \epsilon^e$) y una componente microplástica ($\Delta L \epsilon^{mp}$) asociada a la reordenación de las partículas del suelo. La suma de ambas componentes se denomina deformación paraelástica ($\Delta L \epsilon^{pe} = \Delta L \epsilon^e + \Delta L \epsilon^{mp}$). El modelo considera que la deformación paraelástica es reversible en un ciclo cerrado. Nótese que en este modelo, no se aplica directamente la segunda Regla de Masing para reproducir el comportamiento histerético del terreno.
- 5) Las variables de historia se almacenan en 2 niveles de memoria distintos:
 - a) Un primer nivel de memoria operativo, conserva los dos últimos puntos de reversión (L^{i+1}, L^i). El punto de reversión L^{i+1} se utiliza como punto de referencia en la ecuación constitutiva $\Delta L \epsilon^{pe} = C \Delta L \sigma$. El punto de reversión L^i sirve como límite para detectar el cierre del actual ciclo histerético.
 - b) En el segundo nivel de memoria se almacenan jerárquicamente todos los puntos de reversión históricos $\{L^0, L^1, L^2, L^3, \dots\}$.

Estos dos niveles de memoria se van actualizando continuamente. En el caso que aparezca un nuevo punto de reversión L^{i+2} dentro de un ciclo con los puntos (L^{i+1}, L^i) en el primer nivel de memoria, estos dos últimos se actualizarán según (L^{i+2}, L^{i+1}) . En el caso de cerrar un ciclo con los puntos (L^{i+1}, L^i) en el primer nivel de memoria, estos dos puntos se actualizarán, substituyéndolos por los dos puntos inmediatamente anteriores, recuperados del segundo nivel de memoria (L^{i-1}, L^{i-2}) .

- 6) Los ciclos entre dos puntos de reversión son simétricos respecto a la recta que une estos dos puntos. El parámetro C en la expresión ${}^{\Delta L}\epsilon^{pe} = C^{\Delta L}\sigma$ degrada en función de la distancia al último punto de reversión L , y no en función de la tensión o deformación total.

3.4.1.3. Generalización al caso multiaxial

En base a lo anterior, Hueckel y Nova generalizan la ley constitutiva al caso multiaxial¹. Los autores consideran la siguiente ecuación constitutiva:

$${}^{\Delta L}\epsilon^{pe} = C(\chi^L):{}^{\Delta L}\sigma \quad (3.1)$$

$${}^{\Delta L}\epsilon^e = C_0:{}^{\Delta L}\sigma \quad (3.2)$$

$${}^{\Delta L}\epsilon^{mp} = [C_0 - C(\chi^L)]:{}^{\Delta L}\sigma \quad (3.3)$$

En las expresiones anteriores ${}^{\Delta L}\epsilon^{pe} = \epsilon^{pe} - \epsilon^{peL}$ y ${}^{\Delta L}\sigma = \sigma - \sigma^L$, son las deformaciones y las tensiones relativas al último punto de reversión L . Ello permite replicar la ley constitutiva partiendo de cualquier punto de reversión $(\epsilon^{peL}, \sigma^L)$.

Según Hueckel y Nova, el tensor C únicamente depende de χ^L , denominado parámetro de amplitud de deformación. Dicho parámetro se trata de una medida de las deformaciones paraelásticas que se generan desde el punto de reversión L . Esta medida emplea la norma de Hilbert-Schmidt, que conserva la objetividad.

$$\chi^L = \|{}^{\Delta L}\epsilon^{pe}\| = ({}^{\Delta L}\epsilon^{peT}:{}^{\Delta L}\epsilon^{pe})^{1/2} \quad (3.4)$$

Hueckel y Nova proponen la siguiente expresión para el tensor de flexibilidad secante $C(\chi^L)$:

$$C(\chi^L) = C_0 \cdot (1 + \chi^L \Omega) \quad (3.5)$$

En (3.5) C_0 es el tensor de flexibilidad secante inicial para $\chi^L = 0$, y Ω es un tensor de coeficientes constantes. Para asegurar que $C(\chi^L)$ es semidefinido positivo, es necesario que C_0 y $C_0 \cdot \Omega$ lo sean.

En el caso de materiales isótropos, se cumple que $C(\chi^L) = C(\chi^L)^T$ y además se puede definir un potencial V , a partir del cual:

¹ Se actualiza la notación empleada por los autores al cálculo tensorial

$$\Delta^L \epsilon^{pe} = \frac{\partial V(\Delta^L \sigma, \mathbf{C}(\chi^L))}{\partial \sigma} \quad (3.6)$$

Por otro lado, para definir lo que se entenderá por puntos de reversión en el caso multiaxial de tensiones, es necesario primero obtener la formulación incremental, que se expone a continuación.

3.4.1.4. Formulación incremental constitutiva

A partir de (3.1), se calcula $\dot{\epsilon}^{pe}$.

$$\dot{\epsilon}^{pe} = \mathbf{C}(\chi^L) : \dot{\sigma} + \frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} : \Delta^L \sigma \dot{\chi} \quad (3.7)$$

$$\dot{\chi} = \frac{1}{\chi^L} \left(\Delta^L \epsilon^{peT} : \dot{\epsilon}^{pe} \right) \quad (3.8)$$

Manipulando las expresiones anteriores, puede llegarse a la expresión de $\dot{\epsilon}^{pe} = \mathbf{B} : \dot{\sigma}$, donde \mathbf{B} es el tensor de flexibilidad tangente, que, como se puede demostrar, es definido positivo.

$$\dot{\epsilon}^{pe} = \mathbf{B} : \dot{\sigma} = \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{A}}{\chi^L - \chi^{L*}} \right) \cdot \mathbf{C}(\chi^L) : \dot{\sigma} \quad (3.9)$$

$$\dot{\epsilon}^{pe} = \mathbf{B}^{-1} : \dot{\sigma} = \mathbf{C}^{-1}(\chi^L) \left(\mathbf{1} - \frac{\mathbf{A}}{\chi^L} \right) : \dot{\epsilon}^{pe} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} : \Delta^L \sigma \cdot \Delta^L \sigma^T : \mathbf{C}(\chi^L) \quad (3.11)$$

$$\chi^{L*} = \Delta^L \epsilon^{peT} : \frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} : \Delta^L \sigma = \Delta^L \sigma^T : \mathbf{C}(\chi^L) : \frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} : \Delta^L \sigma \quad (3.12)$$

A partir de (3.5), puede calcularse $\frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L}$.

$$\frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} = \mathbf{C}_0 \cdot \boldsymbol{\Omega} \quad (3.13)$$

Y teniendo en cuenta la expresión (3.13) y que $\mathbf{C}_0 \cdot \boldsymbol{\Omega}$ es semidefinida positiva, se concluye:

$$\dot{\chi} \geq 0 \quad (3.14)$$

Adicionalmente, se puede demostrar que para que el comportamiento durante cualquier ciclo sea de reblandecimiento, debe cumplirse:

$$\frac{1}{2} \Delta^L \sigma^T : \frac{\partial \mathbf{C}(\chi^L)}{\partial \chi^L} : \Delta^L \sigma \dot{\chi} \geq 0 \quad (3.15)$$

3.4.1.5. Variables de historia y criterios de reversión

El criterio de reversión adoptado por Hueckel y Nova en el caso multiaxial, se basa en la dirección del incremento de tensión.

Los puntos de reversión se definen como aquellos que violan la desigualdad (3.16). A partir de las expresiones del punto anterior se puede demostrar que $\chi^L - \chi^{L*} \geq 0$.

$$(\chi^L - \chi^{L*})\dot{\chi} = \Delta^L \sigma^T : \mathbf{C}(\chi^L) : \mathbf{C}(\chi^L) : \dot{\sigma} \geq 0 \quad (3.16)$$

Para identificar los puntos de reversión, se define la superficie $\bar{W}^L(\chi^L)$ a partir del potencial $W^L(\chi^L)$.

$$\bar{W}^L(\chi^L) = W^L(\chi^L) - W^L(0) \quad (3.17)$$

$$W^L(\chi^L) = \Delta^L \sigma^T : \mathbf{C}(\chi^L) : \mathbf{C}(\chi^L) : \Delta^L \sigma \quad (3.18)$$

Adicionalmente, se define la función \mathcal{L} como:

$$\mathcal{L}(\bar{W}^L) = \frac{\partial \bar{W}^L}{\partial \Delta^L \sigma^T} \dot{\sigma} \quad (3.19)$$

En base a lo anterior, se adopta el siguiente criterio (Figura 3.3):

- 1) Si $\mathcal{L}(\bar{W}^L) \geq 0$, el ciclo histerético en el siguiente paso cálculo será el mismo que en el actual.
- 2) Si $\mathcal{L}(\bar{W}^L) < 0$, se inicia un nuevo ciclo a partir del presente paso de cálculo, y $\bar{W}^L \rightarrow \bar{W}^{L+1}$.

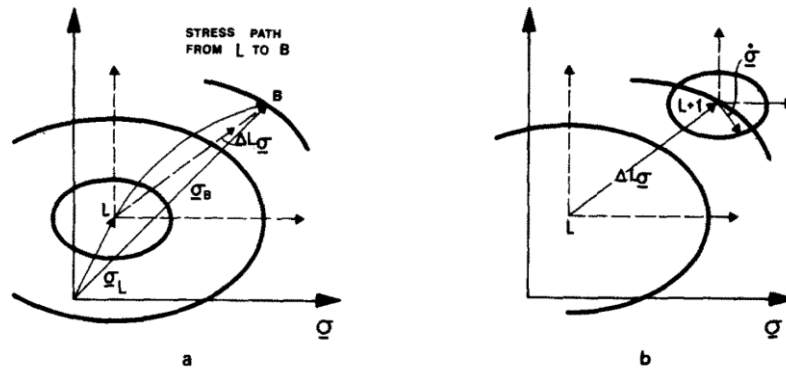


Figura 3.3. Esquema de la evolución de las superficies \bar{W}^L en (a) Un paso sin reversión y (b) Un paso con reversión (Hueckel y Nova, 1979).

A continuación, se presenta una formulación formal para las reglas de memoria.

$$\hat{\sigma} = \sum_{K=1}^L [\sigma^K + (\sigma - \sigma^K)(1 - H(\mathcal{L}^K))] \xi_K \zeta_K \quad (3.20)$$

Donde $H(x)$ es la función de Heaviside, que cumple $H(x) = 1$ si $x \geq 0$ y $H(x) = 0$ si $x < 0$.

$$\mathcal{L}^K = \begin{cases} \frac{\partial \bar{W}^{K,K+1}}{\partial \Delta^K \sigma^T} \dot{\sigma} & 1 \leq K \leq L-1 \\ \frac{\partial \bar{W}^K}{\partial \Delta^K \sigma^T} \dot{\sigma} & K = L \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\xi_K = \begin{cases} H(\bar{W}^{K,K+1}) & 1 \leq K \leq L-1 \\ H(\bar{W}^K) & K = L \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\zeta_K = \prod_{N=1}^{K-1} (1 - \xi_N) \quad (3.23)$$

En caso de que una trayectoria pase por un antiguo punto de reversión, caracterizado por la superficie $\bar{W}^{K,K+1} = 0, K < L$, dicha superficie es reactivada para la ley del siguiente ciclo (Figura 3.4).

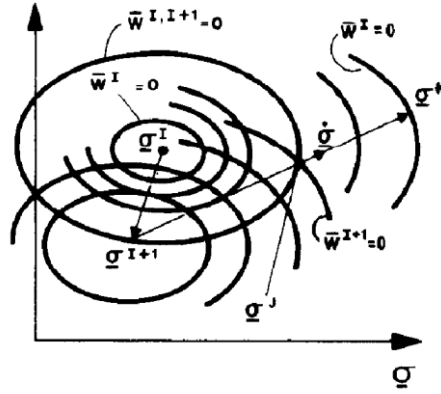


Figura 3.4. Esquema de reactivación de la superficie $\bar{W}^{I,I+1}$ de un antiguo punto de reversión (Hueckel y Nova, 1979).

Cuando se reactiva un antiguo punto de reversión M , se recupera la rigidez/flexibilidad histórico de dicho punto, y debe considerarse un nuevo término en la expresión (3.1).

$$\dot{\epsilon}^{pe} = \mathbf{B}(\Delta^M \sigma, \chi^M): \dot{\sigma} \quad (3.24)$$

$$\Delta^M \epsilon^{pe} = \underbrace{\mathbf{C}(\chi^M): \Delta^M \sigma}_{\Delta^M \epsilon^{pe1}} + \underbrace{\frac{\bar{\Delta}^M}{\Delta^M} \epsilon^{pe}}_{\Delta^M \epsilon^{pe2}} \quad (3.25)$$

En (3.25), el término $\bar{\Delta}^M \epsilon^{pe1}$ es la deformación paraelástica que el material hubiera experimentado si no hubieran existido otros puntos de reversión posteriores al M . Por otro lado, el término

$\overline{\Delta M} \epsilon^{pe2}$ representa la deformación acumulada debido a la historia que ha experimentado el material desde el paso por el punto de reversión M .

$$\overline{\Delta M} \epsilon^{pe} = \underbrace{-\mathcal{C}(\chi^M)(\sigma^* - \sigma^M)}_{\overline{\Delta M} \epsilon^{pe1}} + \underbrace{\int_{t_\sigma^M}^{t_\sigma^*} \dot{\epsilon}^{pe} dt}_{\overline{\Delta M} \epsilon^{pe2}} \quad (3.25)$$

3.4.1.6. Limitaciones del modelo de Hueckel y Nova. Modificaciones de Niemunis et al. (2011)

Niemunis et al. (2011) plantean el modelo de Hueckel y Nova (1979) de la siguiente forma equivalente:

$$\Delta^L \sigma = \mathbf{H}(f, \chi, \bar{d}) : \Delta^L \epsilon^{pe} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{H}(f, \chi, \bar{d}) = (1 - f \underbrace{\|\Delta^L \epsilon^{pe}\|^\chi}_{\bar{d}}) \mathbf{E}_{max} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{E}_{max} = \lambda \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathbb{I} \quad (3.28)$$

Estas expresiones difieren de las expresiones de Hueckel y Nova, aunque conceptualmente son equivalentes. El tensor de rigidez secante $\mathbf{H}(f, \chi, \bar{d})$ substituye al tensor de rigidez secante $\mathbf{C}^{-1}(\chi^L)$ del trabajo original, donde $\mathbf{C}(\chi^L) = \mathbf{C}_0 \cdot (\mathbf{1} + \chi^L \mathbf{\Omega})$, y $\chi^L = \|\Delta^L \epsilon^{pe}\|$. Niemunis et al. reducen el orden tensorial del término $\chi^L \mathbf{\Omega}$ del modelo de Hueckel y Nova, substituyéndolo por $f \|\Delta^L \epsilon^{pe}\|^\chi$, donde f y χ son parámetros. La formulación utilizada por Niemunis recuerda a los modelos $(1 - d)$ de daño elástico.

Según Niemunis et al., utilizar la norma de Hilbert-Schmidt $\bar{d} = \|\Delta^L \epsilon^{pe}\| = \|\epsilon^{pe} - \epsilon^{peL}\|$ no es adecuado para definir el comportamiento del terreno durante los ciclos histeréticos.

Como se observa en la *Figura 3.5*, el hecho de trabajar con la distancia euclídea (radio del círculo de carga) lleva a comportamientos muy diferentes (discontinuidades), en función de si $\frac{d(\bar{d})}{dt} > 0$ o $\frac{d(\bar{d})}{dt} < 0$, cuando se aplica un mismo $\dot{\sigma}$, lo cual no es consistente.

Para resolver esta problemática, Niemunis et al. proponen una nueva definición para la distancia \bar{d} , empleando la notación d_{AR1} .

$$d_{AR1} = - \frac{{}^{AR1}\mathbf{e} : {}^{AR1}\mathbf{e}}{{}^{AR1}\mathbf{e} : \mathbf{N}^{R1}} \quad (3.29)$$

$${}^{AR1}\mathbf{s} = \mathbf{H}(f, \chi, d_{AR1}) : {}^{AR1}\mathbf{e} = (1 - f d_{AR1}^\chi) \mathbf{E}_{max} : {}^{AR1}\mathbf{e} \quad (3.30)$$

Donde \mathbf{N}^{R1} es la normal exterior al círculo de carga, medido desde el último punto de reversión $R1 = \{\sigma^{R1}, \epsilon^{R1}, \mathbf{N}^{R1}\}$, y ${}^{AR1}\mathbf{e} = {}^{AR1}\epsilon - {}^{AR1}\epsilon_{oct} \mathbf{1}$.

Por otro lado, en la nueva ecuación constitutiva propuesta por Niemunis et al., el comportamiento paraelástico se da únicamente en la componente desviadora de la ecuación constitutiva. Los autores justifican este hecho por considerar que la relación $\sigma(\epsilon)$ no es única, mientras que $s(\epsilon)$ sí lo es.

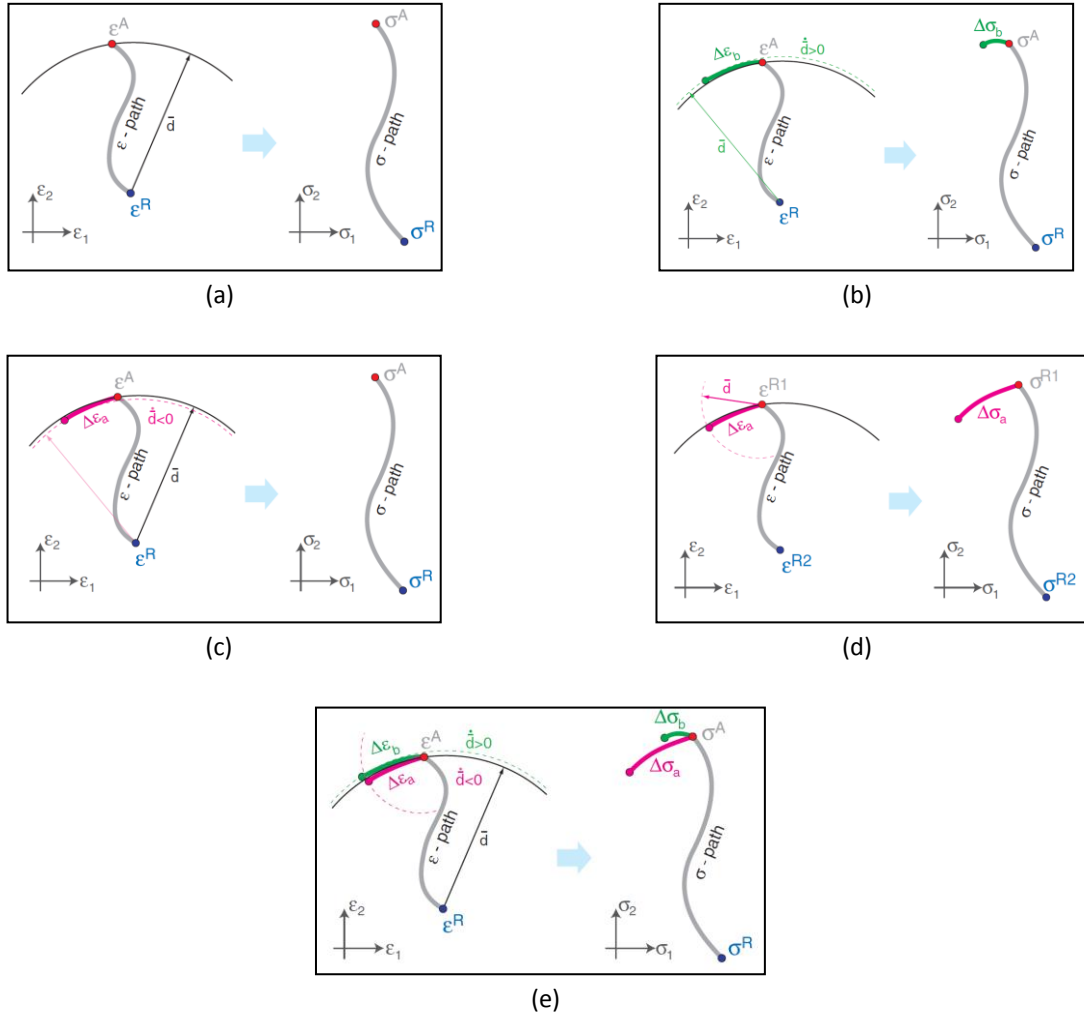


Figura 3.5. Discontinuidad en la respuesta tensional al considerar $\bar{d} = \|\epsilon^{pe} - \epsilon^{peR}\|$ (Niemunis et al., 2011).

Esta nueva distancia contempla el diámetro del círculo de carga y no su radio (Figuras 3.6, 3.7 y 3.8).

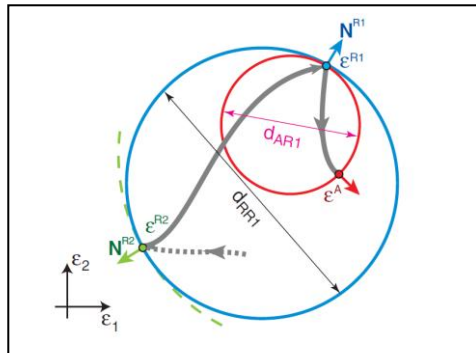


Figura 3.6. Efecto del nuevo criterio de distancia d_{AR1} . (Niemunis et al., 2011).

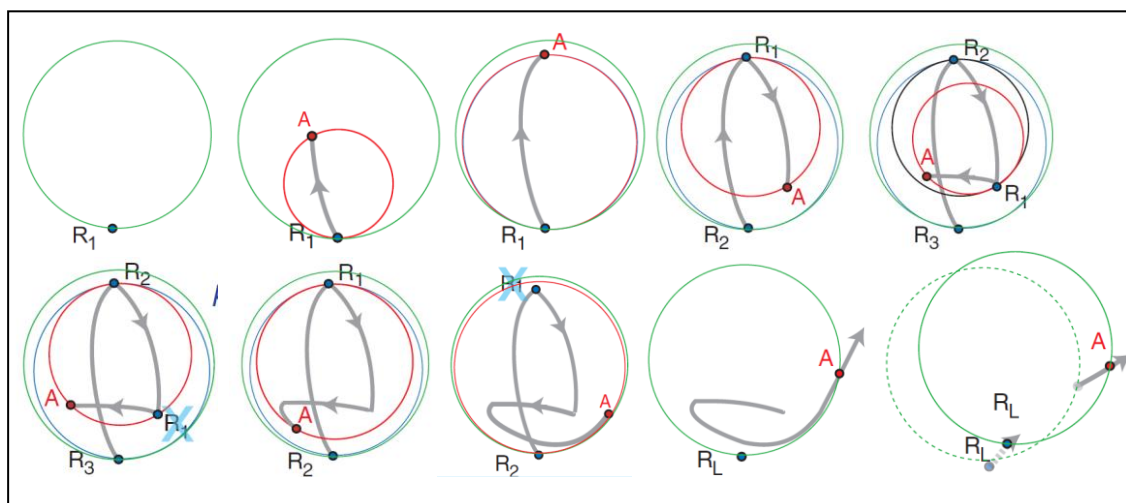


Figura 3.7. Ejemplo de trayectoria y variables de memoria. (Niemunis et al., 2011).

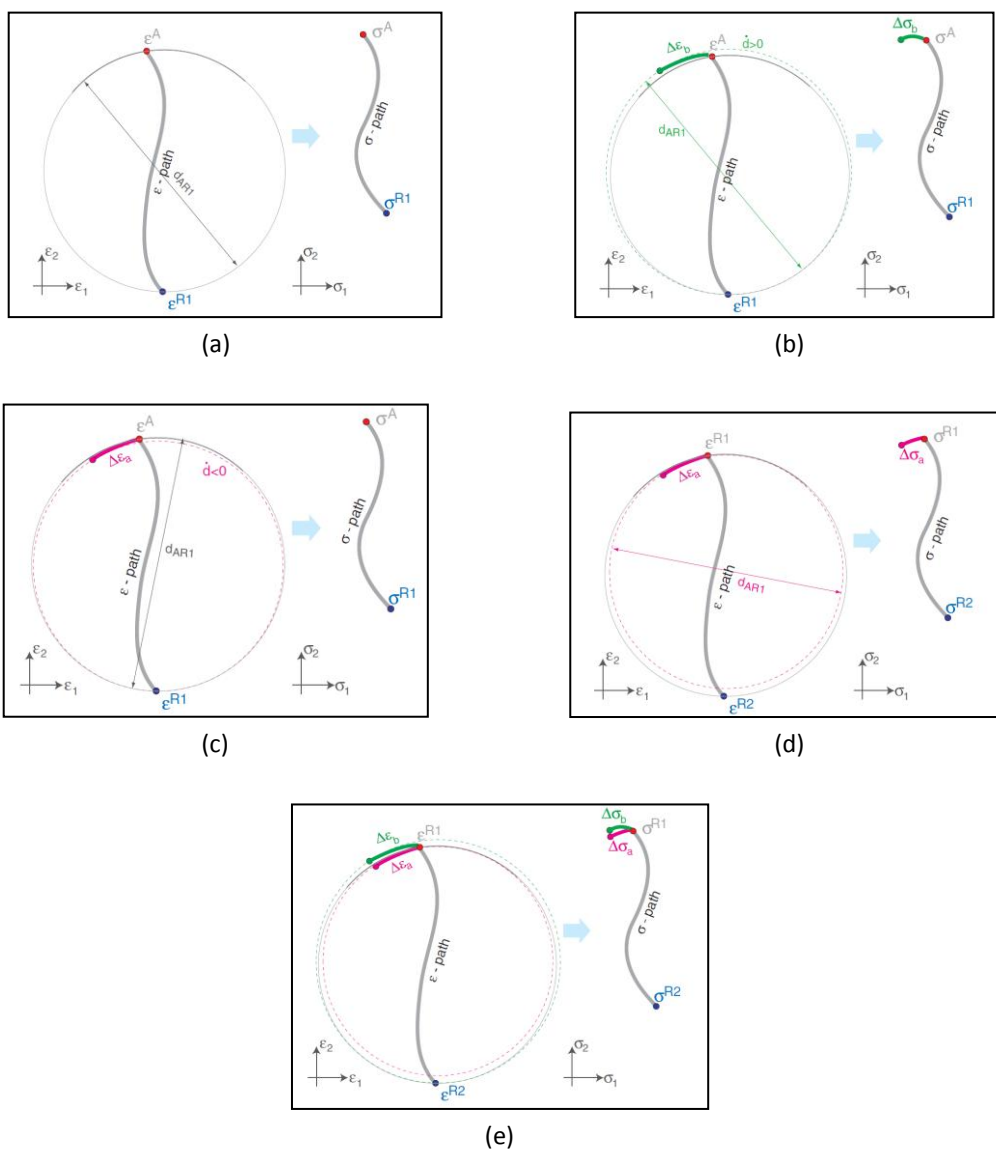


Figura 3.8. Resolución de la problemática de discontinuidad con el nuevo criterio de distancia d_{AR1} (Niemunis et al., 2011).

Tal y como se expone en Niemunis et al. (2011), con estas modificaciones el modelo paraelástico satisface:

- 1) Comportamiento histerético bajo cargas estáticas y dinámicas, simétricas y asimétricas.
- 2) Rigidez dependiente de la historia de deformaciones (en magnitud y deformación).
- 3) Continuidad de las tensiones.
- 4) Posibilidad de introducir acoplamiento entre la componente esférica y desviadora.

3.4.2. Otros modelos paraelásticos. Reglas de Masing extendidas

Varios autores han desarrollado otros modelos de tipo paraelástico para reproducir el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, introduciendo el comportamiento histerético del terreno a través de las conocidas Reglas de Masing extendidas.

Algunos de estos modelos se basan en modelos elásticos de Cauchy no lineales procedentes de la dinámica de suelos, como los de Ramberg-Osgood (1943) (3.31) o Hardin-Drnevich (1972a, 1979b) (3.32). Otro conocido modelo es el propuesto por Jardine et al. (1986).

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{max}} + \alpha \left(\frac{\tau}{G_{max}} \right)^r \quad (3.31)$$

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \beta \left(\frac{\gamma}{\gamma_{ref}} \right)^a} \quad (3.32)$$

En (3.31) y (3.32) τ es la tensión de corte, γ es la deformación de corte, G_{max} es la rigidez máxima y α , r , β y γ_{ref} son parámetros del modelo.

Las reglas de Masing extendidas, que se enumeran a continuación, permiten reproducir el comportamiento histerético del terreno.

- 1) Para la carga noval, se cumple la relación $\sigma = F(\epsilon)$.
- 2) Tras un punto de reversión R , las curva de descarga y recarga se construyen aplicando un factor de escala de 2 respecto a la curva de carga inicial, tomando como referencia el punto de reversión R , según $(\sigma - \sigma^R) = 2F\left(\frac{\epsilon - \epsilon^R}{2}\right)$.
- 3) Si las curvas de descarga o recarga intersecan a la curva de carga inicial, retoman dicha curva.
- 4) Si las curvas de descarga o recarga intersecan otras curvas de descarga o recarga anteriores, retoman dichas curva anteriores.

Las dos últimas reglas permiten reproducir trayectorias de cargas estáticas y dinámicas, simétricas y asimétricas, puesto que prohíben el cruce de unas trayectorias con otras. Para su cumplimiento, el modelo debe memorizar todos los puntos de reversión históricos.

Algunos de los modelos paraelásticos basados en el modelo de Ramberg-Osgood son el de Papadimitriou et al. (2001), o los modelos de MIT (Pestana y Whittle, 1999). Estos modelos consideran un único punto de reversión, con lo que no son capaces de reproducir el comportamiento del terreno ante cargas cíclicas asimétricas.

3.5. Hipoplasticidad

3.5.1. Introducción

La hipoplasticidad (Kolymbas, 1977) es un marco teórico para la descripción del comportamiento mecánico no lineal de materiales granulares, que es capaz de reproducir las deformaciones del suelo por reordenación de su esqueleto sólido. Asume que los granos de suelo son agregados que conforman el llamado esqueleto granular simple, con las siguientes propiedades:

- 1) El estado de un material granular se caracteriza por el tensor de tensiones y el índice de poros.
- 2) Los granos son indeformables, y no se considera la abrasión ni la rotura de los mismos.
- 3) La deformación del material se debe a la reordenación de los granos.
- 4) La deformación bajo condiciones de contorno homogéneas es homogénea (sin localización).
- 5) Existen tres valores límite del índice de poros:
 - a. e_i es el valor máximo del índice de poros, al cual se llega durante una compresión isótropa iniciada desde un estado de densidad mínimo.
 - b. e_c es el valor crítico del índice de poros.
 - c. e_d es el valor mínimo del índice de poros, al cual se llega tras aplicar tensiones de corte cíclicas de pequeña amplitud.
- 6) El cambio en los límites de los valores del índice de poros con la presión media se denomina endurecimiento granular h_s .
- 7) No se consideran efectos viscosos.

3.5.2. Formulación

Las ecuaciones constitutivas de los modelos hipoplásticos se describen generalmente a través de la ecuación tensorial no lineal (3.34), donde $\dot{\sigma}^J$ es el tensor de Jauman, que conserva la objetividad ante rotaciones de las tensiones.

$$\dot{\sigma}^J = L(\sigma, e): \mathbf{d} + N(\sigma, e)\|\mathbf{d}\| \quad (3.34)$$

$$\dot{\sigma}^J = \dot{\sigma} - \dot{\sigma} \cdot \mathbf{W}^T - \mathbf{W} \cdot \dot{\sigma}^T \quad (3.35)$$

En las expresiones anteriores, \mathbf{W} es el tensor de spin, que se expresa como la parte antisimétrica del tensor gradiente de velocidad $\mathbf{W} = (1/2)(\nabla \mathbf{v} - (\nabla \mathbf{v})^T)$, y \mathbf{d} es el tensor tasa de deformación, que se expresa como parte simétrica del tensor gradiente de velocidad $\mathbf{d} = (1/2)(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$. La norma utilizada en (3.34), es la misma que la utilizada para calcular el parámetro χ^L del modelo de Hueckel y Nova (1979), es decir, la norma de Hilbert-Schmidt, $\|\mathbf{d}\| = (\mathbf{d}:\mathbf{d})^{1/2}$, que conserva la objetividad.

En (3.34) $L(\sigma, e)$ es un tensor de cuarto orden que depende de las tensiones y del índice de poros, y $N(\sigma, e)$ es un tensor de segundo orden que también depende de las tensiones y del índice de poros. Una expresión de estos tensores aparece en Woldffersdorff (1996).

Como se puede ver, la ecuación constitutiva hipoplástica consta de dos partes diferenciadas:

- 1) Una parte lineal: $L(\sigma, e): \mathbf{d}$
- 2) Una parte no lineal: $N(\sigma, e)\|\mathbf{d}\|$

A diferencia de la teoría elastoplástica, en la teoría hipoplástica no es necesario definir superficies de fluencia ni reglas de flujo, puesto que se pueden derivar de la expresión (3.34). Asimismo, tampoco es necesaria la descomposición explícita de las deformaciones en una parte plástica y otra elástica no lineal.

3.5.3. Limitaciones

Los modelos hipoplásticos, además de necesitar una gran cantidad de parámetros que limitan su uso práctico, no son capaces de reproducir correctamente el comportamiento real del terreno en ciclos histeréticos.

Un ejemplo sencillo de ello lo ofrecen Niemunis y Herle (1997) para el caso unidimensional. Particularizando la expresión (3.34) en dicho caso, se tiene:

$$\dot{\sigma}^J = Ld + N|d| \quad 0 < -N < L \quad (3.36)$$

Se asume que los cambios de tensión e índice de poros durante un ciclo de tensión o deformación, son pequeños, con lo que los valores de L y N se mantiene constantes durante la aplicación de dicho ciclo.

Se aplica un ciclo de deformación $\pm \Delta\epsilon = \pm d\Delta t$, y se calcula la tensión acumulada.

$$\Delta\sigma^{J, acumulada} = L\Delta\epsilon + N|\Delta\epsilon| + L(-\Delta\epsilon) + N|-\Delta\epsilon| = 2N|\Delta\epsilon| \quad (3.37)$$

También se aplica un ciclo de tensión $\pm \Delta\sigma^J$, y se calcula la deformación acumulada.

$$\Delta\sigma^{J+} = \Delta\sigma^J = L\Delta\epsilon + N|\Delta\epsilon| = (L + N)\Delta\epsilon \quad (3.38)$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma^J}{(L + N)} \quad (3.39)$$

$$\Delta\sigma^{J-} = -\Delta\sigma^J = L(-\Delta\epsilon) + N|-\Delta\epsilon| = (-L + N)\Delta\epsilon \quad (3.40)$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma^J}{(L - N)} \quad (3.41)$$

$$\Delta\epsilon^{acumulada} = \frac{\Delta\sigma^J}{(L + N)} + \frac{\Delta\sigma^J}{(L - N)} = \frac{2N}{(L^2 - N^2)} \Delta\sigma^J \quad (3.42)$$

En ambos casos, se obtiene una tensión y deformación acumuladas demasiado grandes (*Figura 3.9*) en comparación con los resultados experimentales.

Para solventar este problema, se proponen diferentes alternativas, entre ellas:

- 1) Combinar un modelo hipoplástico con un modelo paraelástico.
- 2) Introducir nuevos parámetros de historia en el modelo hipoplástico a través de una extensión de dicho modelo.

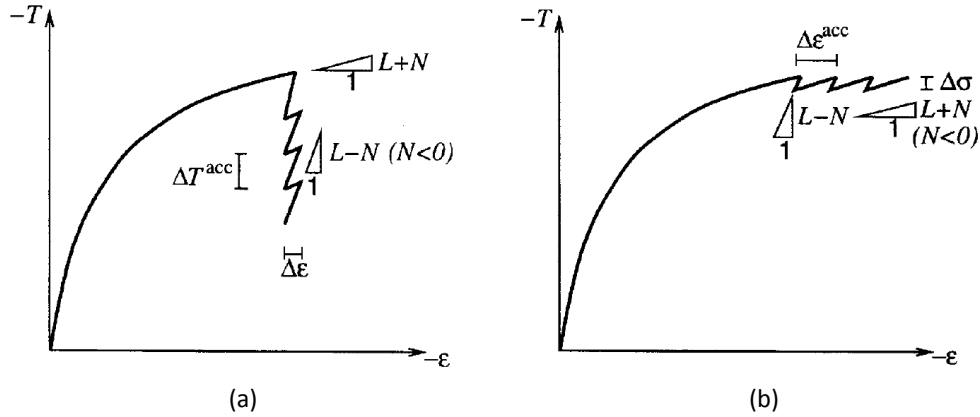


Figura 3.9. Exceso de acumulación de (a) Tensión $\Delta\sigma^I = \Delta T$ y (b) Deformación $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon$, durante ciclos de tensión y deformación, respectivamente (Niemunis y Herle, 1997).

3.5.4. Combinación de la hipoplasticidad y la paraelasticidad

Niemunis et al. (2011) proponen combinar su modelo paraelástico con un modelo hipoplástico. La parte paraelástica es capaz de reproducir correctamente el comportamiento histerético del terreno, y la parte hipoplástica es capaz de reproducir correctamente las deformaciones no lineales del suelo por reordenación de su esqueleto sólido. Para ello, proponen la siguiente ecuación constitutiva, donde se considera un nuevo parámetro $w(d_0, \beta_R)$ (Figura 3.10).

$$\Delta\sigma = (L(\sigma, e) - H(f, \chi, d_L)(1 - w)) : \Delta\epsilon + N(\sigma, e) \|\Delta\epsilon\| w + H(f, \chi, d_{AR1}) : \Delta^L \epsilon^{pe} \quad (3.43)$$

$$w = \left\langle \frac{d_{AR1} - d_0}{d_L - d_0} \right\rangle^{\beta_R} \quad (3.44)$$

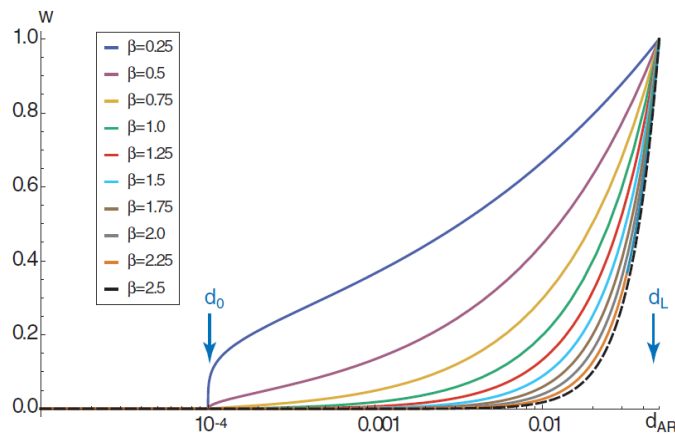


Figura 3.10. Peso w para diferentes valores de β_R (Niemunis et al., 2011).

3.5.5. Extensión del modelo hipoplástico

Una extensión habitual del modelo hipoplástico para reproducir mejor el comportamiento histerético del terreno, consiste en introducir nuevas variables de historia en el modelo.

Esta extensión puede hacerse de dos maneras: tomando las variables de historia en el espacio de las tensiones o tomándolas en el espacio de las deformaciones. Para desarrollar este concepto, se introduce previamente el modelo de Stallebrass (1990) y el modelo de Simpson (1992).

3.5.5.1. Modelo de Stallebrass (1990)

El modelo de Stallebrass (1990) es un modelo elastoplástico que trabaja en el espacio de las tensiones.

Stallebrass propuso un modelo basado en el modelo elastoplástico Cam-Clay, en el que incorporaba, dos nuevas superficies en el espacio de tensiones, además de la superficie de fluencia: una primera superficie dentro de la cual el régimen es elástico y una segunda superficie que conserva la historia reciente de las tensiones (*Figura 3.11*). El modelo resultante considera un endurecimiento o reblandecimiento isotrópico (Cam-Clay) y cinemático (nuevas superficies).

No obstante, el modelo propuesto por Stallebrass, al trabajar en el espacio de tensiones, no tiene en cuenta la variación de la rigidez con la dirección de las deformaciones, efecto constatado experimentalmente en suelos, como se puede ver en la *Figura 3.12*.

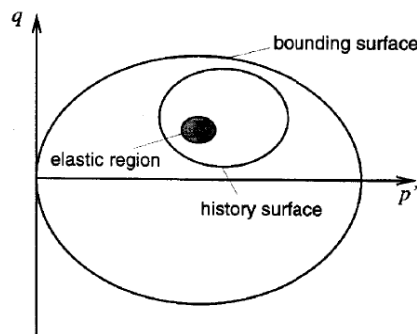


Figura 3.11. Representación de las tres superficies en el espacio $p - q$ del modelo de Stallebrass (1990)

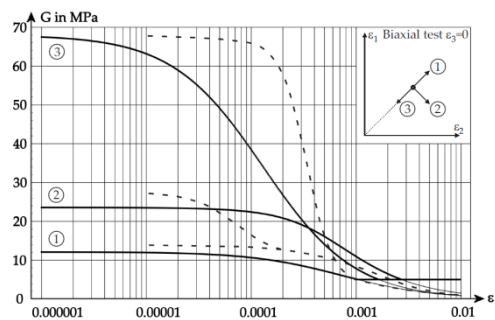


Figura 3.12. Efecto de la dirección de las deformaciones en la rigidez del material (Benz, 2007).

3.5.5.2. Modelo de Simpson (1992)

El modelo de Simpson (1992) trabaja en el espacio de las deformaciones.

Simpson explica su modelo mediante la siguiente analogía: considera que el comportamiento del suelo en el rango de las pequeñas deformaciones es análogo a una persona caminando, a la que se le han atado un conjunto de bloques a los pies mediante cuerdas inextensibles. El movimiento de la persona representa la trayectoria de deformaciones impuesta, y el movimiento de los bloques, las deformaciones plásticas. Cuando alguna de las cuerdas no está tensa, no se genera la parte de deformación plástica correspondiente a dicha cuerda. Y cuando dicha cuerda se tensa, por estar la persona a una distancia igual a la de la longitud de la cuerda y en dirección de tesado de la misma, se activan las respectivas deformaciones plásticas, con la consecuente disminución de la rigidez elastoplástica del suelo (Figura 3.13).

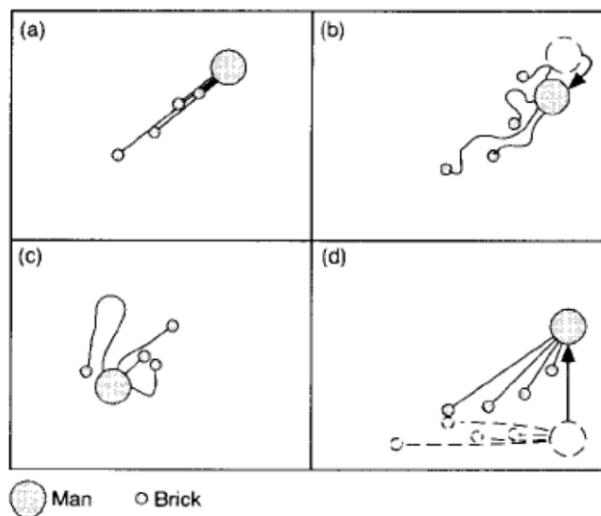


Figura 3.13. Analogía del modelo de bloques de Simpson (1992).

3.5.5.3. Extensión del modelo hipoplástico de Niemunis y Herle (1997)

La extensión de la teoría hipoplástica propuesta por Niemunis y Herle (1997) se basa en el modelo de bloques de Simpson.

Según Niemunis y Herle, la deformación en un material granular se compone de:

- 1) La deformación de la interfase granular.
- 2) La deformación por reordenación de los granos que conforman el esqueleto sólido.

Niemunis y Herle proponen una nueva variable a la que denominan deformación intergranular δ . La deformación intergranular debe entenderse como una medida macroscópica de las microdeformaciones de la interfase entre partículas.

En el caso unidimensional, la deformación intergranular se define como:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\delta|}{R}\right) d & \dot{\delta} d > 0 \\ d & \dot{\delta} d \leq 0 \end{cases} \quad (3.45)$$

Donde en (3.45) R es una medida de la deformación intergranular máxima.

En la *Figura 3.14* se muestra un ejemplo de la evolución de δ en 1D, en un ciclo de deformación.

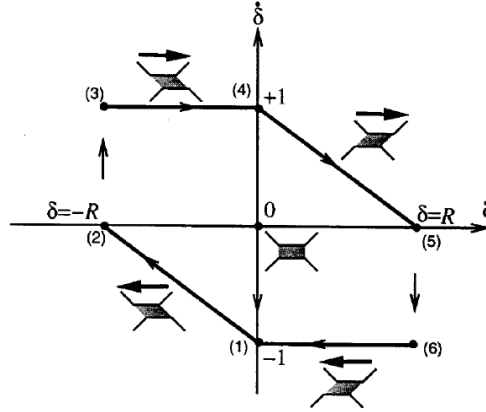


Figura 3.14. Evolución de δ en un ciclo de deformación 1D (Niemunis y Herle, 1997).

Para la generalización al caso multiaxial se considera un tensor δ del que se define su magnitud como $\rho = \|\delta\|/R$ y su dirección $\hat{\delta} = \delta/\|\delta\|$ si $\delta \neq \mathbf{0}$, y $\hat{\delta} = \mathbf{0}$ si $\delta = \mathbf{0}$. Se introduce un parámetro β'_R en la ley de evolución de δ , que controla el tamaño de la zona de deformación intergranular.

$$\dot{\delta} = \begin{cases} (\mathbb{I} - \hat{\delta} \otimes \hat{\delta} \rho^{\beta'_R}) : d & \dot{\delta} : d > 0 \\ d & \dot{\delta} : d \leq 0 \end{cases} \quad (3.46)$$

El modelo sólo contempla la historia reciente de las deformaciones para el cálculo de δ , tal y como se puede ver de forma esquemática en la *Figura 3.15*.

La ecuación constitutiva propuesta por Niemunis y Herle es la siguiente:

$$\dot{\sigma}^J = \mathbf{M} : d \quad (3.47)$$

$$\mathbf{M} = [\rho^\chi m_T + (1 - \rho^\chi) m_R] \mathbf{L}(\sigma, e) + \begin{cases} \rho^\chi (1 - m_T) \mathbf{L}(\sigma, e) : \hat{\delta} \otimes \hat{\delta} + \rho^\chi N(\sigma, e) \otimes \hat{\delta} & \dot{\delta} : d > 0 \\ \rho^\chi (m_R - m_T) \mathbf{L}(\sigma, e) : \hat{\delta} \otimes \hat{\delta} & \dot{\delta} : d \leq 0 \end{cases} \quad (3.48)$$

Donde m_T , m_R y χ son parámetros del modelo.

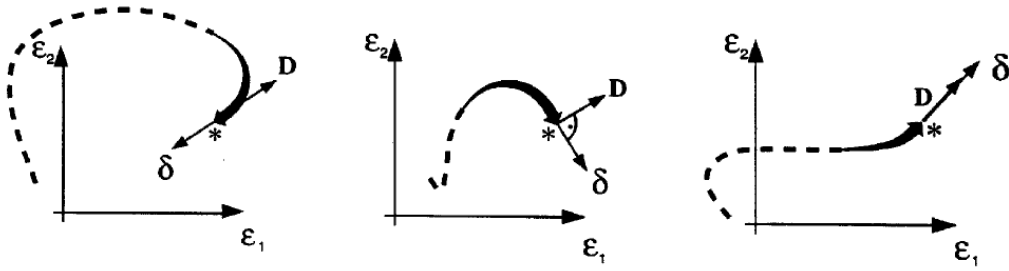


Figura 3.15. Diferentes deformaciones intergranulares δ con diferentes historias de deformación (Niemunis y Herle, 1997).

En las Figuras 3.16 y 3.17 se puede ver como el modelo hipoplástico extendido de Niemunis y Herle, mejora la aproximación al cumplimiento real del terreno respecto a un un modelo hipoplástico general.

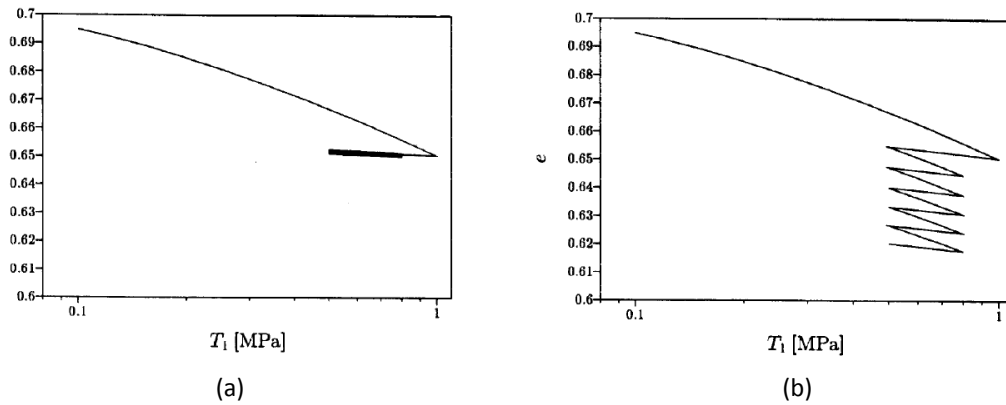


Figura 3.16. Ensayos edométricos numéricos con el mismo número de ciclos.
(a) Modelo modificado por Niemunis y Herle (b) Modelo original de Hueckel y Nova (Niemunis y Herle, 1997).

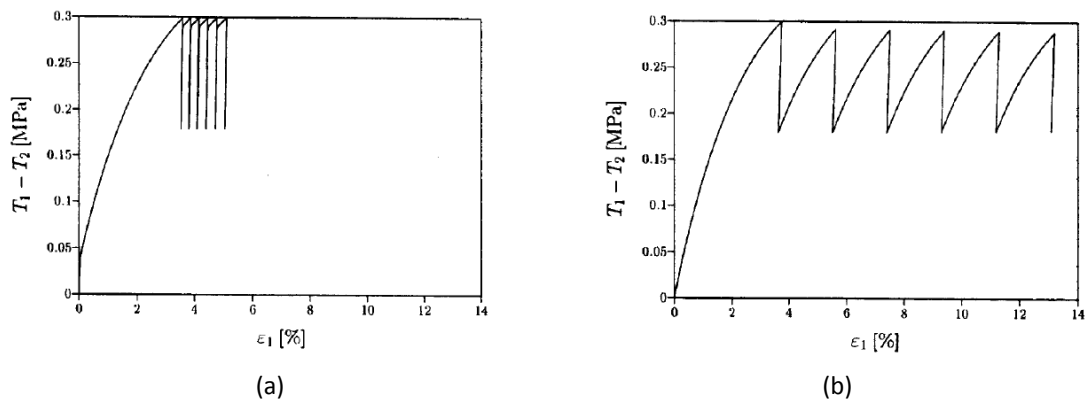


Figura 3.17. Ensayo triaxial drenado numérico con el mismo número de ciclos.
(a) Modelo modificado por Niemunis y Herle (b) Modelo original de Hueckel y Nova (Niemunis y Herle, 1997).

3.6. Consideraciones termodinámicas

Varios modelos en mecánica de suelos no cumplen las leyes de la termodinámica como contrapartida a ofrecer una aproximación sencilla y práctica al comportamiento del terreno. Por otro lado, los materiales que cumplen dichas leyes suelen plantearse en un marco teórico inabordable desde un punto de vista práctico.

En cualquier caso, se considera fundamental tener en cuenta los principios termodinámicos en cualquier proceso de modelación. En este trabajo es relevante su consideración en la modelación del comportamiento histerético no lineal del suelo, como se verá más adelante.

3.6.1. Primer principio de la termodinámica

“La variación de la energía en un sistema termodinámico cerrado es igual a la diferencia entre la cantidad de calor y la cantidad de trabajo intercambiados por el sistema con su entorno”.

En mecánica de medios continuos, es habitual expresar este principio de la siguiente forma:

$$\rho \dot{u} = \sigma : \mathbf{d} + \rho r - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (3.49)$$

En (3.49) ρ es la densidad del medio, \dot{u} es la variación de energía interna del sistema por unidad de masa y tiempo, σ es el tensor de tensiones de Cauchy, $\mathbf{d} = (1/2)(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$ es el tensor tasa de deformación, r es una fuente de calor por unidad de masa y tiempo y \mathbf{q} es el vector de flujo de calor no convectivo que entra en el sistema por su contorno por unidad de tiempo.

3.6.2. Segundo principio de la termodinámica

“La entropía del universo tiende a incrementarse con el tiempo”.

En mecánica de medios continuos, es habitual expresar este principio de la siguiente forma:

Desigualdad de Clausius-Duhem:

$$\rho \dot{s}^{(i)} = \rho \dot{s} - \underbrace{\left(\rho \frac{r}{T} - \frac{1}{T} \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{1}{T^2} \mathbf{q} \cdot \nabla T \right)}_{\rho \dot{s}^{(e)}} \geq 0 \quad (3.50)$$

Desigualdades de Clausius-Plank (más restrictiva):

$$\rho \dot{s}^{(i)}_{loc} = \rho \dot{s} - \rho \frac{r}{T} + \frac{1}{T} \nabla \cdot \mathbf{q} \geq 0 \quad (3.51)$$

$$\rho \dot{s}^{(i)}_{cond} = -\frac{1}{T^2} \mathbf{q} \cdot \nabla T \geq 0 \quad (3.52)$$

En (3.50), (3.51) y (3.52), ρ es la densidad del medio, \dot{s} es la variación de entropía total del sistema por unidad de masa y tiempo ($\dot{s} = \dot{s}^{(i)} + \dot{s}^{(e)}$), $\dot{s}^{(i)}$ es la variación de entropía interna del sistema por unidad de masa y tiempo, $\dot{s}^{(e)}$ es la variación de entropía externa al sistema por unidad de masa y tiempo, $\dot{s}^{(i)}_{loc}$ es la variación de entropía interna generada localmente por unidad de masa y tiempo, $\dot{s}^{(i)}_{cond}$ es la variación de entropía interna generada por conducción térmica por unidad de masa y tiempo, r es una fuente de calor por unidad de masa y tiempo, T es la temperatura absoluta del sistema y \mathbf{q} es el vector de flujo de calor no convectivo que entra en el sistema por su contorno por unidad de tiempo.

3.6.3. Energía disipada en procesos isotermos

La energía libre de Helmholtz, para problemas mecánicos, se expresa como sigue:

$$\Psi = U - TS \quad (3.53)$$

En (3.53), Ψ representa el trabajo mecánico elástico realizado por el sistema, U es la energía interna del sistema, T es la temperatura absoluta del sistema y S la entropía del sistema.

Para un proceso isoterma, se puede expresar de la siguiente forma:

$$TdS = dU - d\Psi \quad (3.54)$$

$$\rho\dot{s} = \rho\frac{\dot{u}}{T} - \frac{1}{T}\dot{\Psi} \quad (3.55)$$

En (3.54), (3.55) ρ es la densidad del medio y \dot{s} es la variación de entropía por unidad de masa y tiempo.

A partir de (3.49), (3.51), (3.52) y (3.55), se obtiene una expresión para la potencia disipada.

$$P_{dis} = -T\rho\dot{s}^{(i)}_{loc} + \boldsymbol{\sigma}:\mathbf{d} - \dot{\Psi} \geq 0 \quad (3.56)$$

A partir de (3.56), puede calcularse la energía disipada de la siguiente manera .

$$E_{dis} = \int P_{dis} dt = - \int T\rho\dot{s}^{(i)}_{loc} dt + \int \boldsymbol{\sigma}:\mathbf{d}\epsilon - \int \dot{\Psi} dt \geq 0 \quad (3.57)$$

Capítulo 4

Modelización del terreno a pequeñas deformaciones

4.1. Introducción

En los Capítulos 2 y 3 del presente trabajo, se han expuesto un conjunto de modelos destinados a reproducir el comportamiento del terreno, atendiendo especialmente a su no linealidad (Capítulo 2) y a su carácter histerético (Capítulo 3). Los datos experimentales indican que ambos son aspectos fundamentales que deben considerarse en la modelación del suelo en el rango de las pequeñas deformaciones.

De entre los modelos expuestos, aquellos que son capaces de reproducir estos dos aspectos del comportamiento del suelo, se pueden agrupar en tres tipologías:

- 1) Modelos paraelásticos combinados con modelos elastoplásticos o hipoplásticos.
- 2) Modelos elastoplásticos con endurecimiento cinemático y elasticidad no lineal.
- 3) Modelos hipoplásticos con parámetros de deformación intergranular.

La compleja generalización al caso multiaxial de los primeros, junto con la difícil obtención del elevado número de parámetros de los segundos y terceros, hace que actualmente estos modelos tengan un uso muy limitado en la práctica habitual de la ingeniería geotécnica.

Dentro de la primera tipología de modelos de la lista anterior, Benz (2007) desarrolla el modelo “Small Strain Overlay Model” (SSOM) con los siguientes objetivos:

- 1) Reproducir el comportamiento reversible no lineal del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, incluyendo el comportamiento histerético bajo cargas estáticas.
- 2) Ser capaz de combinarse con modelos elastoplásticos utilizados en la práctica de la ingeniería geotécnica.
- 3) Requerir pocos parámetros, y que a su vez dichos parámetros tengan un significado físico claro y sencillo.

Tras desarrollar el modelo SSOM, Benz lo combinó con el modelo “Hardening Soil” (HS) (Schanz, 1998), que es uno de los modelos elastoplásticos implementados en el programa de elementos finitos Plaxis, creando así un nuevo modelo denominado “Hardening Soil-Small” (HS-S).

Basándose en el modelo HS-S, Plaxis implementó un nuevo modelo en su código de elementos finitos, denominado “Hardening Soil with Small Strain Stiffness” (HS-SS).

En el presente Capítulo se analiza en profundidad la formulación teórica y la implementación numérica del modelo SSOM y HS-S de Benz. A partir de este análisis, se exponen un conjunto de inconsistencias teóricas basadas en el marco de referencia introducido en los Capítulos 2 y 3 de este trabajo.

También se procede a analizar numéricamente el modelo HS-SS de Plaxis. A partir de este análisis, se exponen un conjunto de inconsistencias en base a la comparación de los resultados numéricos obtenidos con el conocimiento experimental del comportamiento del suelo.

4.2. Modelo SSOM de Benz (2007)

4.2.1. Formulación

Existen diversos factores que tienen influencia en la rigidez de un suelo. Entre ellos Benz (2007) destaca el nivel de deformaciones desviadoras y volumétricas, la presión de confinamiento, el índice de poros, el índice de plasticidad, el grado de sobreconsolidación, la historia de formación del suelo, la historia de carga y los efectos de inercia de las cargas.

El modelo SSOM no contempla todas estas dependencias, puesto que ello lo invalidaría en la práctica habitual de la ingeniería geotécnica. Dicho modelo considera que la rigidez depende únicamente de la presión de confinamiento y de la historia de la magnitud y dirección de las deformaciones.

El modelo SSOM toma como punto de partida la conocida curva de degradación del módulo de corte elástico secante (*Figura 4.1*). Para reproducir esta curva, Benz adopta la expresión de Santos y Correia (2001) basada en los trabajos de Hardin-Drnevich (1972a, 1972b), adoptando el valor de $a = 0,385$, en la expresión (4.1).

De esta forma, la curva de degradación del módulo de corte secante depende de:

- 1) El módulo de corte máximo a pequeñas deformaciones a una determinada presión de confinamiento (G_0).
- 2) El valor de la deformación de corte ($\gamma_{0,7}$) para el cual G_0 se reduce en un 70%.

$$G_s = \frac{G_0}{1 + a \left(\frac{\gamma}{\gamma_{0,7}} \right)^m} \quad (4.1)$$

La dependencia de G_0 con el confinamiento se basa en una variación de la expresión de Janbu (1963)¹.

$$G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi} \right)^m \quad (4.2)$$

¹ El modelo de Janbu considera la variación de la rigidez con $G_0 \sim (p')^m$, mientras que el modelo SSOM considera $G_0 \sim (\sigma_3)^m$, siguiendo el criterio de formulación adoptado en el modelo HS (Schanz, 2000), basado en ensayos triaxiales, donde $\sigma_2 = \sigma_3$ es la tensión de confinamiento lateral. En (4.2) G_0^{ref} es el módulo de corte obtenido para $\sigma_3 = p^{ref}$, c la cohesión, φ el ángulo de fricción y m un parámetro del modelo que depende del tipo de suelo.

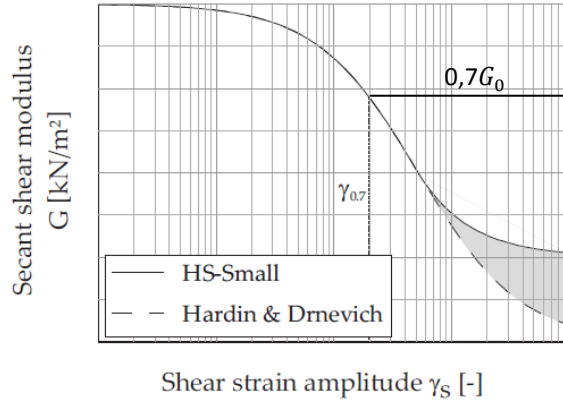


Figura 4.1. Curva de degradación elástica del módulo secante (Benz, 2007).

A partir de (4.1), puede obtenerse la expresión del módulo de corte tangente, que será utilizado en el modelo SSOM.

$$\tau = G_s \gamma = \frac{G_0 \gamma}{1 + a \left(\frac{\gamma}{\gamma_{0.7}} \right)} \quad (4.3)$$

$$G_t = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma} \gamma + G_s = G_0 \left(\frac{1}{1 + a \left(\frac{\gamma}{\gamma_{0.7}} \right)} \right)^2 \quad (4.4)$$

En (4.3) τ es la tensión de corte. En (4.4) $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} G_t = 0$, lo que implica que, en el rango elástico, $\Delta \tau \cong 0$ para $\Delta \gamma \neq 0$. Para evitar esto, Benz propone limitar inferiormente el valor de G_t por el valor G_{ur} (Figura 4.2), que es el valor del módulo de corte tangente elástico utilizado habitualmente en el modelo elástico lineal (a medias-grandes deformaciones). La deformación de corte correspondiente a este umbral inferior de G_t se obtiene resolviendo la ecuación $G_{ur} = G_t(\gamma_c)$, resultando:

$$\gamma_c = \frac{\gamma_{0.7}}{a} \left(\sqrt{\frac{G_0}{G_{ur}}} - 1 \right) \quad (4.5)$$

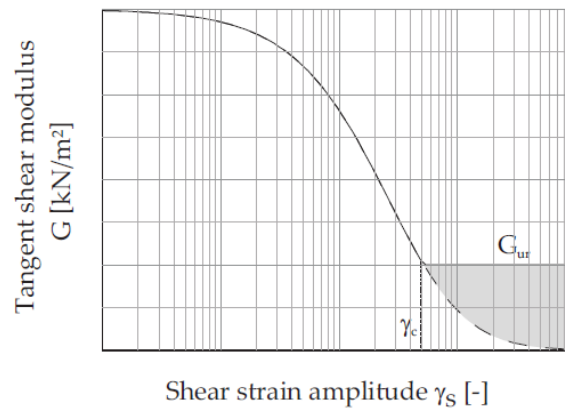


Figura 4.2. Curva de degradación elástica del módulo tangente (Benz, 2007).

4.2.1.1. Ecuación constitutiva

Benz propone la siguiente expresión para el tensor de rigidez elástico², asumiendo que el material es isótropo:

$$\mathbf{E} = \frac{2G_t\nu_{ur}}{1-2\nu_{ur}}\mathbf{1}\otimes\mathbf{1} + 2G_t\mathbb{I} \quad (4.6)$$

$$G_t = G_0 \left(\frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0,7}} \right)} \right)^2 \quad (4.7)$$

En la expresión (4.7), Benz substituye el valor de la variable γ por la variable de historia γ_{HIST} , que tienen en cuenta la historia de deformaciones $\gamma_{HIST} = f(de_1, de_2, de_3)$. Como se verá más adelante en cuanto al comportamiento no lineal, el modelo SSOM se puede considerar un modelo hipoeelástico incrementalmente lineal.

Benz no especifica si el tensor de rigidez \mathbf{E} de la expresión (4.6), se trata del tensor de rigidez elástico secante o tangente (utiliza $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}:\boldsymbol{\epsilon}^e$ y $d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}:d\boldsymbol{\epsilon}^e$ indistintamente). No obstante, puesto que Benz hace depender \mathbf{E} de G_t , de forma lógica se considera que el tensor de rigidez (4.6) es el tangente (Notación: $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{E}}_t$).

4.2.1.2. Variables de historia y criterios de reversión

La variable de historia del modelo SSOM, de la cual depende el valor de la rigidez, es γ_{HIST} , que se calcula según la expresión (4.9).

$$\gamma_{HIST} = \sqrt{3} \frac{\|d\boldsymbol{\epsilon} \cdot (\mathbf{H} - \mathbf{1})\|}{\|d\boldsymbol{\epsilon}\|} \quad (4.9)$$

En (4.9), $d\boldsymbol{\epsilon}$ es el incremento del tensor de deformación desviadora ($d\boldsymbol{\epsilon} = d\boldsymbol{\epsilon} - d\boldsymbol{\epsilon}_{oct}\mathbf{1}$), y \mathbf{H} es un tensor que acumula la historia de deformaciones desviadoras. La variable γ_{HIST} representa, por tanto, la proyección del tensor de historia de deformaciones desviadoras sobre la actual dirección del incremento de deformación desviadora $d\boldsymbol{\epsilon}$ (o de carga $d\boldsymbol{\sigma}$, puesto que se asume isotropía constitutiva, y por tanto, coaxialidad entre tensiones y deformaciones $d\boldsymbol{\epsilon}$ o $d\boldsymbol{\epsilon}$).

Como se puede ver, la variable de historia γ_{HIST} depende de las deformaciones desviadoras, pero no de las deformaciones volumétricas. Ello es así porque se considera que las deformaciones desviadoras son las principales causantes de la reestructuración del esqueleto sólido del suelo. Otros modelos asumen esta misma hipótesis, como el de Niemunis et al. (2011) visto en el Capítulo 3.

Puesto que la carga aplicada no tiene porque ser monótona, el tensor \mathbf{H} contempla la existencia de reversiones de deformación. Para ello, en cada paso de cálculo, el modelo chequea si el sentido de cada una de las 3 direcciones principales de $d\boldsymbol{\epsilon}$ coincide con el sentido de las componentes de \mathbf{H} en esas mismas direcciones. En caso de que esto no sea así, se reinicia en \mathbf{H} la componente correspondiente a la dirección de la reversión, dando lugar a una rigidización del material (Figura 4.3).

² La expresión (4.6) resulta de corregir el error indicial de la expresión del tensor de rigidez expresada en Benz (2007).

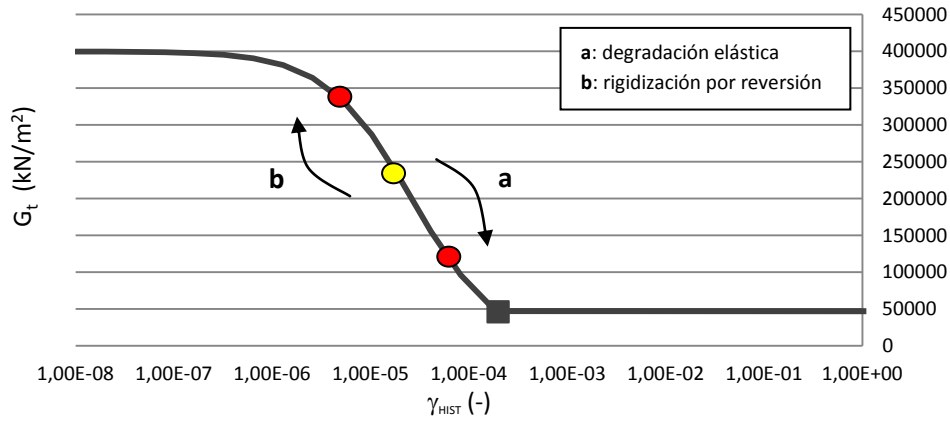


Figura 4.3. Curva de degradación elástica con (a) Trayectoria con degradación, (b) Trayectoria con reversión de deformación. Ejemplo con $G_0 = 400\text{MPa}$ y $\gamma_{0,7} = 10^{-5}$.

El modelo SSOM, por lo tanto, considera 3 modelos de bloques de Simpson independientes (ver Capítulo 3). Cada uno de ellos sólo memoriza el último punto de reversión en la respectiva dirección principal de $d\epsilon$. Ello tendrá una clara incidencia en el incumplimiento de la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas, haciendo que el modelo no sea adecuado para reproducir el comportamiento del terreno bajo cargas cíclicas no simétricas.

4.2.1.3. Paraelasticidad. Aplicación de las Reglas de Masing extendidas

Se enumeran a continuación las Reglas de Masing extendidas, expuestas en el Capítulo 3:

- 1ª) Para la carga noval, se cumple la relación $\sigma = F(\epsilon)$.
- 2ª) Tras un punto de reversión R , las curvas de descarga y recarga se construyen aplicando un factor de escala de 2 respecto a la curva de carga inicial, tomando como referencia el punto de reversión R , según $(\sigma - \sigma^R) = 2F\left(\frac{\epsilon - \epsilon^R}{2}\right)$.
- 3ª) Si las curvas de descarga o recarga intersecan a la curva de carga inicial, retoman dicha curva.
- 4ª) Si las curvas de descarga o recarga intersecan otras curvas de descarga o recarga anteriores, retoman dichas curvas anteriores.

Para reproducir el comportamiento histerético del suelo en el rango de las pequeñas deformaciones, el modelo SSOM cumple la primera y segunda de las Reglas de Masing de la siguiente manera:

- 1ª) Tanto en la carga noval como en las ramas de descarga/recarga, se adopta el $G_{max} = G_0$.
- 2ª) Para el cálculo de G_t , el modelo asume en todo momento condiciones de descarga/recarga. Para reproducir estas condiciones, el modelo no lo hace aplicando un factor de escala de 2 en F , sino que aplica $\gamma_{0,7} = 2 \cdot (\gamma_{0,7})_{input}$ (Hashiguchi, 1993).

Para reproducir las condiciones de carga noval, el modelo SSOM modifica las reglas de flujo plástico del modelo elastoplástico asociado. Para ello, utiliza una variable de historia $G_m = G_{min}/G_{ur}$, cuyo objetivo es, mientras $G_m > 1$, incrementar las deformaciones plásticas durante la carga noval, reduciendo así la rigidez del material. Este efecto desaparece de forma permanente cuando en algún momento de la historia de carga se llega a $G_m = 1$ (Figura 4.4).

La forma en que el modelo SSOM adopta la segunda de las Reglas de Masing extendidas permite reducir el número de variables de historia, a cambio de introducir una modificación en las reglas de flujo plástico del modelo elastoplástico con el que se combina.

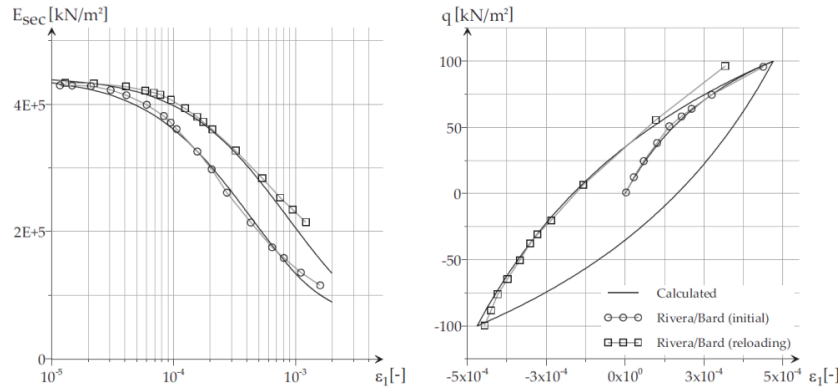


Figura 4.4. Diferencia de rigideces entre la carga inicial y sucesivas descargas-recargas (Rivera y Bard, según Biarez y Hicher, 1994).

Los modelos paraelásticos deben emplear variables de historia capaces de almacenar suficiente información como para cumplir la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas. Ello les permite reproducir el comportamiento del suelo bajo cargas cíclicas asimétricas.

No obstante, el tensor de historia \mathbf{H} del modelo SSOM conserva únicamente los últimos puntos de reversión en cada uno de los tres modelos de bloques de Simpson considerados, de un modo similar a los modelos de Pestana y Whittle (1999) o Papadimitriou (2001), aunque en estos últimos sólo se emplea un único modelo de bloques de Simpson. Por ello, el modelo SSOM no cumple la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas, y por tanto, no puede reproducir el comportamiento histerético del terreno bajo cargas cíclicas no simétricas, a diferencia, por ejemplo, del modelo de Hueckel y Nova (1979) expuesto en el Capítulo 3. El modelo SSOM, se trata, por tanto, de un modelo paraelástico incompleto.

4.2.1.4. Consideraciones termodinámicas

En el Capítulo 2 se han expuesto varios modelos elásticos no lineales. Entre ellos, los modelos hiperelásticos cumplen los principios de la termodinámica. También cumplen dichos principios algunos de los otros modelos expuestos, a los que se ha impuesto determinadas condiciones.

Truesdell y Noll (1965) enunciaron el siguiente teorema sobre los procesos cíclicos isotermos: “En todo proceso isoterma, en el que se parte de un estado de equilibrio, el trabajo total de las tensiones en un ciclo cerrado, debe ser no negativo”. Este teorema se puede demostrar integrando (3.57) en un ciclo cerrado (4.10), asumiendo las siguientes hipótesis:

- 1) La variación de entropía local generada en el sistema es pequeña.
- 2) El trabajo elástico en un ciclo cerrado es nulo.

$$E_{dis} = \oint P_{dis} dt = - \oint T \rho \underbrace{\dot{s}^{(i)}_{loc}}_0 dt + \oint \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} - \underbrace{\oint \Psi dt}_0 = \oint \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\epsilon} \geq 0 \quad (4.10)$$

En el caso de materiales elásticos, el teorema de Truesdell y Noll es equivalente a una de las formas de expresar el postulado de estabilidad de Drucker, menos restrictiva que la proporcionada en (2.2).

Respecto al cumplimiento de los principios termodinámicos, el modelo de SSOM:

- 1) Considera un modelo elástico no lineal con $G_s = G_s(\gamma_{HIST})$, e indirectamente $K_s = K_s(\gamma_{HIST})$, al considerar $\nu = \nu_{ur}$. Para cumplir los principios termodinámicos, debería tenerse $G_s = G_s(\gamma_{oct})$ y $K_s = K_s(\epsilon_{oct})$.
- 2) No cumple la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas, lo que debería suceder para respetar los principios termodinámicos.

En base a lo anterior, se concluye que el SSOM no cumple los principios de la termodinámica, pudiendo generar energía en ciclos cerrados. No obstante, Benz plantea una corrección para atenuar este efecto (Figura 4.5).

La corrección propuesta, consiste en:

- 1) Calcular de forma aproximada el incremento de trabajo elástico $\Delta\Psi$ entre dos pasos de carga, empleando como tensor de rigidez el de un material elástico lineal equivalente con el mismo coeficiente de Poisson, la misma historia de carga y el mismo trabajo elástico que el material modelizado con el SSOM.
- 2) En caso que $\Delta\Psi < 0$ (descarga), substituir la rigidez calculada según el modelo por la rigidez de este material equivalente, siempre que la primera sea menor que la segunda.

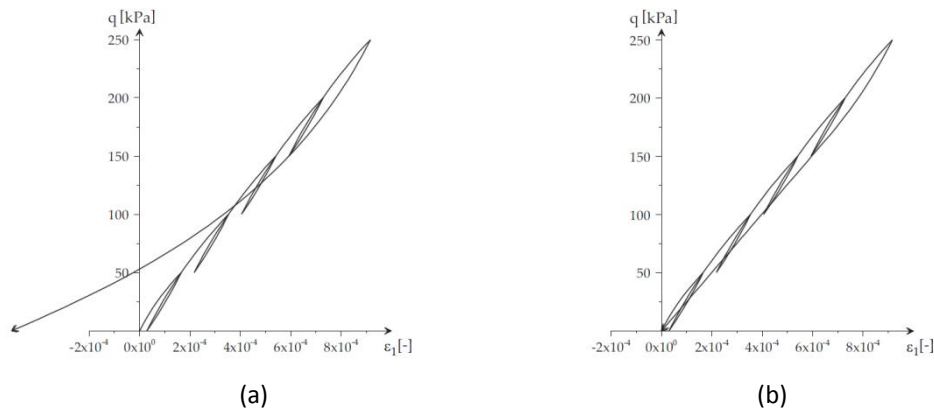


Figura 4.5. (a) Trayectoria que incumple el Teorema de Truesdell y Noll,
(b) Trayectoria corregida (Benz, 2007).

4.2.1.5. Algoritmo

A continuación se resume la estructura del algoritmo³ del modelo SSOM de Benz (2007). Se considerará un incremento finito de deformación Δe^k del paso k al $k + 1$.

³ Se extienden las expresiones de Benz (2007) al cálculo tensorial, y se adopta una notación propia.

1) DIAGONALIZACIÓN DE $\Delta \mathbf{e}^k$

Al ser $\Delta \mathbf{e}^k$ simétrico, el teorema espectral para operadores normales asegura que la base de vectores propios de $\Delta \mathbf{e}^k$ es una base ortogonal en la que $\Delta \mathbf{e}^k$ diagonaliza. Se calculan los valores propios $\sigma(\Delta \mathbf{e}^k)$ y los vectores propios $S(\Delta \mathbf{e}^k)$ de $\Delta \mathbf{e}^k$.

$$\sigma(\Delta \mathbf{e}^k) = \{\lambda_{S_1}^k, \lambda_{S_2}^k, \lambda_{S_3}^k\} \quad (4.11)$$

$$S(\Delta \mathbf{e}^k) = \{\mathbf{s}_1^k, \mathbf{s}_2^k, \mathbf{s}_3^k\} \quad (4.12)$$

A partir de las expresiones anteriores, y definiendo la matriz de cambio de base como $\mathbf{S}^k = (\mathbf{s}_j^k)_i \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$, siendo \mathbf{e}_i los vectores de la base canónica de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$, $\Delta \mathbf{e}^k$ puede expresarse en la base $S(\Delta \mathbf{e}^k)$ ⁽⁴⁾.

$$\Delta \mathbf{e}_S^k = (\mathbf{S}^k)^T \cdot \Delta \mathbf{e}^k \cdot \mathbf{S}^k = (\lambda_{S_i}^k \delta_{ij}) \mathbf{s}_i^k \otimes \mathbf{s}_j^k \quad (4.13)$$

2) CÁLCULO DE LA VARIABLE DE HISTORIA γ_{HIST}

El valor del módulo de corte tangente se aproxima como $G_t(\gamma_{HIST}) \approx \frac{\Delta \tau(\gamma_{HIST})}{\Delta \gamma_{HIST}}$. Para ello, se calculan dos valores de γ_{HIST} , que se definen como sigue:

$$\gamma_{HIST_{S,T}}^k = \sqrt{3} \frac{\|\Delta \mathbf{e}_S^k \cdot (\mathbf{H}_{S,T}^k - \mathbf{1})\|}{\|\Delta \mathbf{e}_S^k\|} = \sqrt{\frac{3 \sum_{j=1}^3 \left((H_{S,T}^k)_{jj} - 1 \right)^2 (\lambda_{S_j}^k)^2}{\sum_{k=1}^3 (\lambda_{S_j}^k)^2}} \quad (4.14)$$

$$\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k = \sqrt{3} \frac{\|\Delta \mathbf{e}_S^k \cdot (\mathbf{H}_{S,T,\Delta e}^k - \mathbf{1})\|}{\|\Delta \mathbf{e}_S^k\|} = \sqrt{\left(\gamma_{HIST_{S,T}}^k \right)^2 + \frac{3 \sum_{j=1}^3 \left[2 \left((H_{S,T,\Delta e}^k)_{jj} - 1 \right) (\lambda_{S_j}^k)^3 + (\lambda_{S_j}^k)^4 \right]}{\sum_{k=1}^3 (\lambda_{S_j}^k)^2}} \quad (4.15)$$

Nótese que en el cálculo de γ_{HIST} se emplea el tensor de historia $(\mathbf{H} - \mathbf{1})$ y no \mathbf{H} . Ello se debe a que el algoritmo inicialmente considera $\mathbf{H}^0 = \mathbf{1}$, para lograr que la matriz asociada al tensor sea definida positiva y no aparezcan inestabilidades numéricas.

Por otro lado, nótese que las expresiones utilizadas, el subíndice S indica que la base en la que se expresa el tensor es $S(\Delta \mathbf{e})$, el subíndice T indica que el tensor está afectado por el producto del tensor \mathbf{T} , y el subíndice Δe indica que el tensor considera $\Delta \mathbf{e}$ del paso de cálculo considerado.

⁴ Se considera $S(\Delta \mathbf{e}^k)$ base ortonormal.

Los tensores $\mathbf{H}_{S,T}^k$ y $\mathbf{H}_{S,T,\Delta e}^k$ almacenan la historia de las deformaciones desviadoras, y se calculan de la siguiente forma:

$$\mathbf{H}_S^k = (\mathbf{S}^k)^T \cdot (\mathbf{S}^{k-1} \cdot \mathbf{H}_{S,T,\Delta e}^{k-1} \cdot (\mathbf{S}^{k-1})^T) \cdot \mathbf{S}^k \quad (4.16)$$

$$\mathbf{H}_{S,T}^k = \mathbf{T}_S^k \cdot \mathbf{H}_S^k \cdot \mathbf{T}_S^k \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H}_{S,T,\Delta e}^k = \mathbf{H}_{S,T}^k + (\mathbf{S}^k)^T \cdot \Delta \mathbf{e}_S^k \cdot \mathbf{S}^k \quad (4.18)$$

En (4.16), (4.17) y (4.18) el tensor \mathbf{T}_S^k es el encargado de detectar las reversiones de deformación desviadora y modificar consecuentemente el valor de los componentes del tensor de historia \mathbf{H} , en el paso de cálculo considerado.

$$T_S^k = \frac{\delta_{ij}}{\sqrt{(H_S^k)_{ij}}} \left(1 + u \left(\lambda_{S_i}^k ((H_S^k)_{ii} - 1) \right) \left(\sqrt{(H_S^k)_{ij}} - 1 \right) \right) s_i^k \otimes s_j^k \quad (4.19)$$

En (4.19) $u(x)$ es la función de Heaviside, según la cual $u(x) = 1$ si $x > 0$ y $u(x) = 0$ si $x < 0$.

Tal y como se deduce de (4.19), el tensor \mathbf{T}_S^k depende de $\text{sign}\left(\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)\right)$, $i = 1, 2, 3$, es decir, depende de si el sentido de las componentes del tensor desviador de deformaciones diagonalizado (según su base de vectores propios) coincide con el sentido de las componentes del tensor historia de deformaciones desviadoras en esa misma base, en el paso de cálculo considerado (*Figura 4.6*).

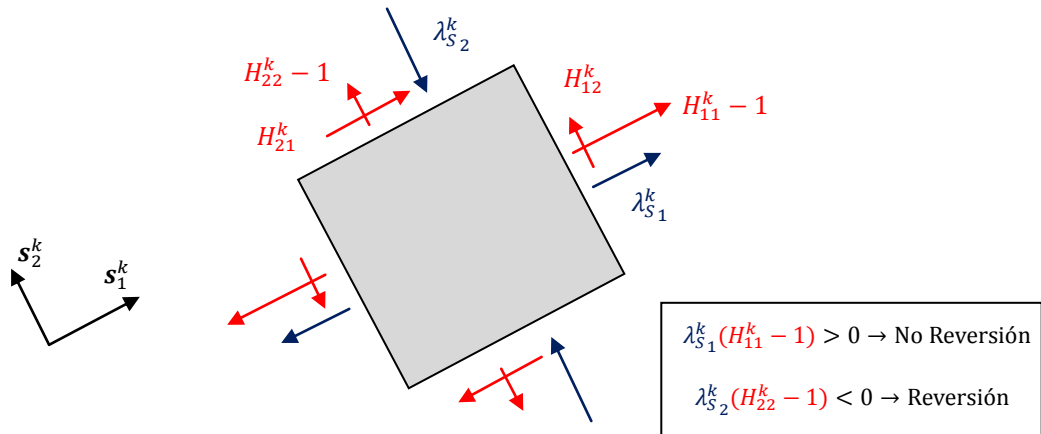


Figura 4.6. Representación gráfica del procedimiento de detección de reversiones.

Si $\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)) > 0$, no se genera reversión de deformación desviadora en la componente en la dirección s_i^k de la base de vectores propios $S(\Delta e^k)$, y $(T_S^k)_{ii} = 1$.

Alternativamente, si $\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)) < 0$, se genera reversión de deformación desviadora en la componente en la dirección s_i^k de la base de vectores propios $S(\Delta e^k)$, y $(T_S^k)_{ii} = (H_S^k)_{ii}^{-1/2}$. Consecuentemente, al calcular $H_{S,T}^k = T_S^k \cdot H_S^k \cdot T_S^k$, se obtiene $(H_{S,T}^k)_{ii} = 1$.

A partir de las expresiones (4.14) y (4.15), es posible demostrar que, en todo momento, se cumple que $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k \geq \gamma_{HIST_{S,T}}^k$ ⁽⁵⁾.

1) Si $\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)) \geq 0$, $(H_{S,T}^k)_{ii} = (H_S^k)_{ii}$, y como $\text{sign}((\lambda_{S_i}^k)^3) = \text{sign}(\lambda_{S_i}^k)$:

$$((H_{S,T,\Delta e}^k)_{ii} - 1)(\lambda_{S_i}^k)^3 = ((H_{S,T}^k)_{ii} - 1 + \lambda_{S_i}^k)(\lambda_{S_i}^k)^3 = ((H_S^k)_{ii} - 1)(\lambda_{S_i}^k)^3 + (\lambda_{S_i}^k)^4 \geq 0$$

2) Si $\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)) < 0$, entonces $(H_S^k)_{ii} - 1 = 0$:

$$((H_{S,T,\Delta e}^k)_{ii} - 1)(\lambda_{S_i}^k)^3 = ((H_S^k)_{ii} - 1 + \lambda_{S_i}^k)(\lambda_{S_i}^k)^3 = (\lambda_{S_i}^k)^4$$

3) CÁLCULO DE LA RIGIDEZ ELÁSTICA $G_t(\gamma_{HIST})$

Se calcula a continuación el valor $G_t^k(\gamma_{HIST}) \approx \frac{\Delta \tau^k(\gamma_{HIST})}{\Delta \gamma^k(\gamma_{HIST})}$. Para ello, se distinguen 4 posibles casos, en función de los valores de $\gamma_{HIST_{S,T}}^k$ y $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k$ (Figura 4.7).

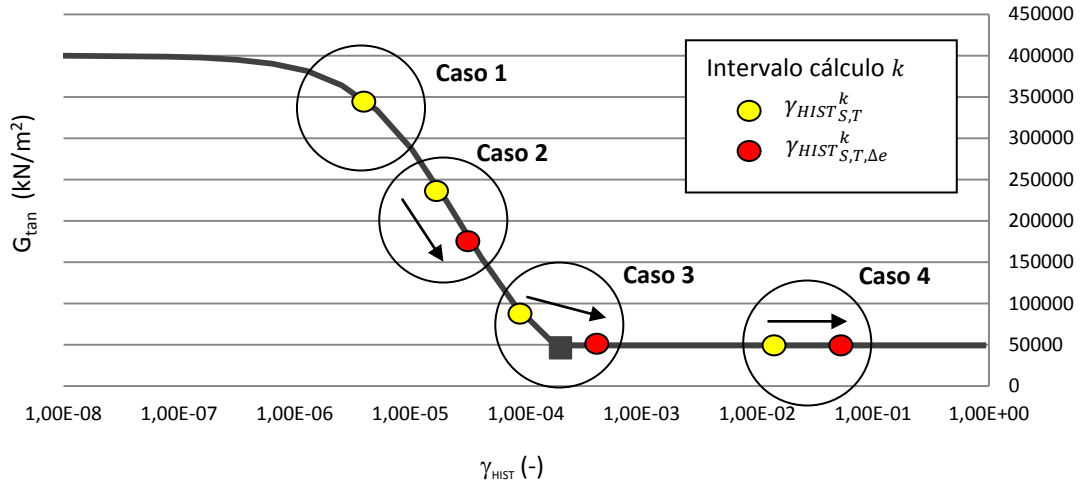


Figura 4.7. Casos considerados en el cálculo de $G_t^k(\gamma_{HIST})$. Ejemplo con $G_0 = 400\text{MPa}$ y $\gamma_{0,7} = 10^{-5}$.

Caso 1: Si $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k \leq \gamma_{HIST_{S,T}}^k$ ⁽⁶⁾ (sólo se puede dar $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k = \gamma_{HIST_{S,T}}^k \stackrel{\text{def}}{=} \gamma_{HIST}^k$):

$$G_t^k = G_0 \left(\frac{1}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST}^k}{\gamma_{0,7}} \right)} \right)^2 \quad (4.20)$$

⁵ Este hecho invalida una de las hipótesis que Benz (2007) realiza para el cálculo de $G_t(\gamma_{HIST})$.

⁶ Benz analiza este caso, pero como se ha demostrado anteriormente, no se puede dar el caso $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k < \gamma_{HIST_{S,T}}^k$, puesto que $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k \geq \gamma_{HIST_{S,T}}^k$, con lo que en el Caso 1, se analiza únicamente $\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k = \gamma_{HIST_{S,T}}^k$.

Caso 2: Si $\gamma_{HIST_{S,T}}^k \leq \gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k < \gamma_c$:

$$G_t^k \approx \frac{\tau_{S,T,\Delta e}^k - \tau_{S,T}^k}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} = \frac{\frac{G_0 \gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k}{\gamma_{0,7}} \right)} - \frac{G_0 \gamma_{HIST_{S,T}}^k}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST_{S,T}}^k}{\gamma_{0,7}} \right)}}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} \quad (4.21)$$

Caso 3: Si $\gamma_{HIST_{S,T}}^k < \gamma_c < \gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k$:

$$G_t^k \approx \frac{\tau_c^k - \tau_{S,T}^k}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} + \frac{\tau_{S,T,\Delta e}^{k,ur} - \tau_c^{k,ur}}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} =$$

$$= \frac{\frac{G_0 \gamma_c}{1 + a \left(\frac{\gamma_c}{\gamma_{0,7}} \right)} - \frac{G_0 \gamma_{HIST_{S,T}}^k}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST_{S,T}}^k}{\gamma_{0,7}} \right)}}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} + \frac{G_{ur} \gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - G_{ur} \gamma_c}{\gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k - \gamma_{HIST_{S,T}}^k} \quad (4.22)$$

Caso 4: Si $\gamma_c < \gamma_{HIST_{S,T}}^k < \gamma_{HIST_{S,T,\Delta e}}^k$:

$$G_t^k = G_{ur} \quad (4.23)$$

4) ACTUALIZACIÓN DE LA VARIABLE DE HISTORIA G_m

Se actualiza la variable de historia G_m , que controla el factor h_i que modifica los potenciales plásticos.

$$G_m^k = \frac{G_{min}}{G_{ur}} = \min \left(\frac{G_t^k}{G_{ur}}, \frac{G_t^{k-1}}{G_{ur}} \right) \quad (4.24)$$

5) CORRECCIÓN TERMODINÁMICA

Como ya se ha comentado, el modelo SSOM realiza una corrección de la rigidez secante para atenuar los efectos del incumplimiento de los principios termodinámicos.

Esta corrección termodinámica se realiza como sigue:

- 1) Se calcula el tensor elástico secante a partir de las tensiones y deformaciones octaédricas en el paso de cálculo $k - 1$.

$$\hat{\mathbf{E}}_s^{k-1} = \left(K_s^{k-1} - \frac{2}{3} G_s^{k-1} \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2 G_s^{k-1} \mathbb{I} \quad (4.25)$$

$$K_s^{k-1} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_{oct}^{k-1}}{\epsilon_{oct}^{k-1}} \quad (4.26)$$

$$G_s^{k-1} = \frac{\tau_{oct}^{k-1}}{\gamma_{oct}^{k-1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mathbf{s} : \mathbf{s}}{\mathbf{e} : \mathbf{e}}} \quad (4.27)$$

2) Se calcula una aproximación de la variación del trabajo elástico en $k - 1 \rightarrow k$, con $\hat{\mathbf{E}}_s^{k-1}$.

$$\Delta\Psi = (\hat{\mathbf{E}}_s^{k-1} \boldsymbol{\epsilon}^k) : \boldsymbol{\epsilon}^k - (\hat{\mathbf{E}}_s^{k-1} \boldsymbol{\epsilon}^{k-1}) : \boldsymbol{\epsilon}^{k-1} \quad (4.28)$$

3) Si $\Delta\Psi < 0$, se realiza una corrección del módulo de corte en descarga (Figura 4.8), según:

$$G^{corr} = \max(G_t^k, G_s^{k-1}) \quad (4.29)$$

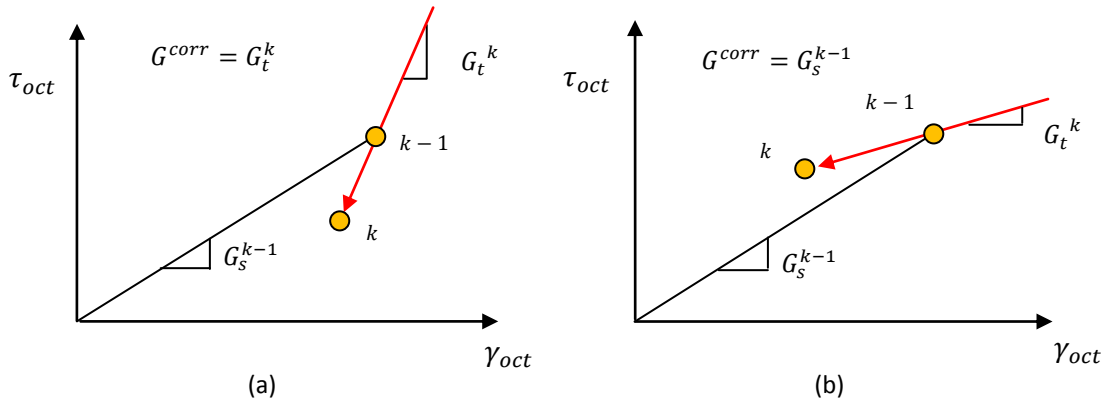


Figura 4.8. Representación de la corrección sobre la rigidez en descarga.

(a) $G^{corr} = G_t^k$ y (b) $G^{corr} = G_s^{k-1}$.

4.2.2. Análisis de inconsistencias teóricas del modelo SSOM

En base a los Capítulos 2, 3 y 4, se concluye que, conceptualmente, el modelo SSOM de Benz se asimila a un modelo $K - G$ paraelástico no lineal⁷.

Se analizan a continuación, un conjunto de inconsistencias detectadas en el modelo SSOM, en base a una comparación con los modelos $K - G$ elásticos no lineales y los modelos paraelásticos.

⁷ El modelo SSOM considera $G_0 \sim (\sigma_3)^m$ (hipoelasticidad), si bien esta dependencia se fija inicialmente en el cálculo G_0 , y no modifica la formulación posterior del SSOM. Por ello, en el análisis de inconsistencias realizado, tampoco se considerará el término $(\sigma_3)^m$ en la derivación de \mathbf{E}_t .

4.2.2.1. Resumen del modelo $K - G$ elástico no lineal

El tensor de rigidez tangente en elasticidad no lineal se obtiene diferenciando la expresión $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_s : \boldsymbol{\epsilon}$, teniendo en cuenta que $d\mathbf{E}_s \neq \mathbf{0}$.

$$d\boldsymbol{\sigma} = d\mathbf{E}_s : d\boldsymbol{\epsilon}^e + \mathbf{E}_s : d\boldsymbol{\epsilon}^e = \mathbf{E}_t : d\boldsymbol{\epsilon}^e \quad (4.30)$$

Por otro lado, y para que no se genere energía en ciclos de carga o deformación cerrados, se considera $G_s = G_s(\gamma_{oct})$ y $K_s = K_s(\epsilon_{oct})$, o $G_s = G_s^*(\tau_{oct})$ y $K_s = K_s^*(\sigma_{oct})$.

En un material isótropo, el tensor de rigidez elástico secante se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{E}_s = \left(K_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} \quad (4.31)$$

A partir de la expresión anterior, se puede expresar $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_s : \boldsymbol{\epsilon}$ con los invariantes octaédricos, con lo que se evidencia el desacoplamiento entre el comportamiento volumétrico y desviador.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{oct} \\ \tau_{oct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3K_s & 0 \\ 0 & G_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{oct} \\ \gamma_{oct} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Derivando las expresiones anteriores, y asumiendo $G_s = G_s(\gamma_{oct})$ y $K_s = K_s(\epsilon_{oct})$, se tiene:

$$d\sigma_{oct} = 3K_t d\epsilon_{oct} \quad (4.33)$$

$$d\tau_{oct} = G_t d\gamma_{oct} \quad (4.34)$$

$$K_t = K_s + \epsilon_{oct} \frac{dK_s}{d\epsilon_{oct}} \quad (4.35)$$

$$G_t = G_s + \gamma_{oct} \frac{dG_s}{d\gamma_{oct}} \quad (4.36)$$

A partir de (4.31), (4.35) y (4.36), se obtiene la expresión del tensor de rigidez tangente \mathbf{E}_t .

$$\mathbf{E}_t = \left(K_t - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} \quad (4.37)$$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_s + (K_t - K_s) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} \quad (4.38)$$

$$\mathbf{E}_s = \left(K_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} \quad (4.39)$$

4.2.2.2. Resumen de los modelos paraelásticos

Los modelos paraelásticos permiten reproducir el comportamiento histerético del terreno. Para ello introducen variables de historia que permiten relativizar la ley constitutiva del material al último punto de reversión, a la vez que almacena los puntos de reversión históricos.

Existen diferentes formas de considerar estas variables de historia, pero una de las más conocidas es la aplicación de las Reglas de Masing extendidas.

4.2.2.3. Inconsistencias teóricas en el modelo SSOM

El modelo SSOM considera la no linealidad constitutiva del material mediante la dependencia del módulo secante G_s con γ_{oct} , con lo que $\tau_{oct} = G_s(\gamma_{oct})\gamma_{oct}$, o lo que es lo mismo, $\mathbf{s} = 2G_s(\gamma_{oct})\mathbf{e}$. No obstante, para considerar la historia de las deformaciones, dicho modelo trabaja con una variable de historia γ_{HIST} en vez de con γ_{oct} . Esta variable $\gamma_{HIST} = f(de_1, de_2, de_3)$ acumula la historia de las deformaciones desviadoras, incluyendo sus reversiones.

Como se ha introducido previamente, el modelo SSOM adopta la expresión de Hardin-Drnevich (1972a, 1972b) para $G_s(\gamma_{HIST})$. A partir de dicha expresión, puede calcularse el módulo de corte tangente G_t .

$$G_s = \frac{G_0}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0,7}} \right)} \quad (4.40)$$

$$G_t = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma_{HIST}} = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} + G_s = G_0 \left(\frac{1}{1 + a \left(\frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0,7}} \right)} \right)^2 \quad (4.41)$$

Asimismo, el modelo SSOM considera la dependencia de G_0 con σ_3 basándose en una variación de la expresión dada por Janbu (1963), aunque modificada siguiendo el criterio del modelo HS (Schanz, 2000). En la generalización al caso multiaxial, debería considerarse $G_0 \sim (\sigma_{oct})^m$ en vez de $G_0 \sim (\sigma_3)^m$, según la expresión de Janbu (1963).

$$G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi} \right)^m \quad (4.42)$$

La ecuación constitutiva del modelo SSOM utiliza dos parámetros elásticos: el módulo de corte y el coeficiente de Poisson. El modelo introduce la no linealidad constitutiva a través del módulo de corte secante, pero no a través del coeficiente de Poisson, puesto que considera $\nu = \nu_{ur} = cte$.

Como se ha expuesto anteriormente, se asume que el tensor de rigidez que utiliza Benz en el SSOM es el tangente (notación $\hat{\mathbf{E}}_t$).

$$\hat{\mathbf{E}}_t = \frac{2G_t \nu_{ur}}{1 - 2\nu_{ur}} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_t \mathbb{I} \quad (4.43)$$

En mecánica de suelos es habitual trabajar con el módulo volumétrico y el módulo de corte, puesto que estos representan las rigideces de dos tipos de comportamientos claramente diferenciados en suelos.

Asimismo, el módulo volumétrico puede expresarse a partir del módulo de corte y del coeficiente de Poisson, según (4.44).

$$K = G \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} \quad (4.44)$$

Evidencias experimentales indican que el módulo volumétrico K no varía significativamente con γ_{oct} , sino que lo hace con ϵ_{oct} . Aún así, el modelo SSOM considera, de forma implícita, que el módulo volumétrico varía con γ_{HIST} , homotéticamente a como lo hace G_t , al asumirse $\nu = \nu_{ur} = cte$.

En el presente trabajo se denomina pseudo-módulo volumétrico tangente (\hat{K}_t) al modulo volumétrico que Benz considera de forma implícita en (4.43), cuya expresión se proporciona en (4.45).

$$\hat{K}_t = G_t(\gamma_{HIST}) \frac{2(1 + \nu_{ur})}{3(1 - 2\nu_{ur})} \quad (4.45)$$

La denominación de pseudo-módulo se debe a que este se calcula a partir de un módulo de corte variable y un coeficiente de Poisson constante $\nu = \nu_{ur} = cte$. Mientras que la denominación tangente se debe a que el módulo de corte utilizado en el cálculo de \hat{K}_t , es el tangente G_t . Como se verá, el hecho que $\hat{K}_t = \hat{K}_t(\gamma_{HIST})$, puede dar lugar al incumplimiento de los principios termodinámicos.

Combinando (4.41) y (4.45), se puede calcular \hat{K}_t , en función de \hat{K}_s .

$$\hat{K}_t = G_t \frac{2(1 + \nu_{ur})}{3(1 - 2\nu_{ur})} = \hat{K}_s + \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} \frac{2(1 + \nu_{ur})}{3(1 - 2\nu_{ur})} \quad (4.46)$$

$$\hat{K}_s = G_s(\gamma_{HIST}) \frac{2(1 + \nu_{ur})}{3(1 - 2\nu_{ur})} \quad (4.47)$$

En (4.47) aparece la expresión de lo que se denominará pseudo-módulo volumétrico secante \hat{K}_s . Al igual que para \hat{K}_t , la denominación pseudo-módulo se debe a que este se calcula a partir de un módulo de corte variable y un coeficiente de Poisson $\nu = \nu_{ur} = cte$. Mientras que la denominación secante se debe a que el módulo de corte utilizado en el cálculo de \hat{K}_s es el secante G_s .

En base a lo anterior, se puede expresar (4.43) en función de G_t y \hat{K}_t , como sigue:

$$\hat{\mathbf{E}}_t = \left(\hat{K}_t - \frac{2}{3} G_t \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_t \mathbb{I} \quad (4.48)$$

O bien, empleando (4.41) y (4.46), $\hat{\mathbf{E}}_t$ se puede expresar como:

$$\hat{\mathbf{E}}_t = \hat{\mathbf{E}}_s + \left[(\hat{K}_t - \hat{K}_s) - \frac{2}{3} (G_t - G_s) \right] \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2(G_t - G_s) \mathbb{I} \quad (4.49)$$

$$\hat{\mathbf{E}}_s = \left(\hat{K}_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} \quad (4.50)$$

$$G_t - G_s = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} \quad (4.51)$$

$$\hat{K}_t - \hat{K}_s = \frac{\partial \hat{K}_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} \quad (4.52)$$

En (4.50) se utiliza la notación $\hat{\mathbf{E}}_s$ para expresar que el tensor de rigidez secante que se deduce de forma lógica a partir de (4.48).

Se recupera a continuación la expresión del tensor elástico tangente deducido en la formulación de los modelos $K - G$ elásticos no lineales, para compararlo con $\hat{\mathbf{E}}_t$:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_s + (K_t - K_s) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{E}_s = \left(K_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2 G_s \mathbb{I} \quad (4.54)$$

$$G_t - G_s = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{oct}} \gamma_{oct} \quad (4.55)$$

$$K_t - K_s = \frac{\partial K_s}{\partial \epsilon_{oct}} \epsilon_{oct} \quad (4.56)$$

Se proporciona a continuación un resumen que compara el modelo SSOM de Benz (2007), con un modelo $K - G$ para elástico no lineal genérico.

INCONSISTENCIAS EN EL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DEL MODELO SSOM

- 1) Degradación del denominado pseudo-módulo volumétrico tangente \hat{K}_t y secante \hat{K}_s con la variable de historia $\gamma_{HIST} = f(de_1, de_2, de_3)$, según (4.45) y (4.47), respectivamente. Ello puede dar lugar a la generación de energía en ciclos cerrados, por un incumplimiento de los principios termodinámicos. Esta dependencia no se observa habitualmente en el comportamiento experimental del terreno, donde sí suele observarse la dependencia $K_s = K_s(\epsilon_{oct})$ y $K_t = K_t(\epsilon_{oct})$.
- 2) En el modelo SSOM, el término $-\frac{2}{3}(G_t - G_s) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ y $2(G_t - G_s) \mathbb{I}$ en (4.49) modifican los valores de la rigidez volumétrica y de la rigidez al corte de forma isotrópica respecto al modelo $K - G$ elástico no lineal. Por otro lado, no considera el término $\frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$ que aparece en la expresión del módulo elástico no lineal del modelo $K - G$ en (4.52), que introduce una anisotropía inducida, según las direcciones del tensor de deformación desviadora.
- 3) En el modelo SSOM se asume $G_0 \sim (\sigma_3)^m$, con lo que $G_0 = G_0(\gamma_{HIST}, \sigma_3)$. Esta doble no linealidad no es tratada adecuadamente en la deducción teórica de las expresiones del modelo.

COMPORTAMIENTO NO LINEAL	
Modelo SSOM	Modelo $K - G$ paraelástico no lineal
$G_s = G_s(\gamma_{HIST})$ $\gamma_{HIST} = f(de_1, de_2, de_3)$	$G_s = G_s(\gamma_{oct})$
$\hat{K}_s = \hat{K}_s(G_s(\gamma_{HIST}), \nu_{ur}) = G_s(\gamma_{HIST}) \frac{2(1 + \nu_{ur})}{3(1 - 2\nu_{ur})}$	$K_s = K_s(\epsilon_{oct})$
$\hat{E}_s = \left(\hat{K}_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I}$	$E_s = \left(K_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I}$
$\hat{E}_t = \hat{E}_s + \left[(\hat{K}_t - \hat{K}_s) - \frac{2}{3} (G_t - G_s) \right] \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2(G_t - G_s) \mathbb{I}$	$E_t = E_s + (K_t - K_s) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$
$G_t - G_s = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} < 0$	$G_t - G_s = \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{oct}} \gamma_{oct} (< 0)$
$\hat{K}_t - \hat{K}_s = \frac{\partial \hat{K}_s}{\partial \gamma_{HIST}} \gamma_{HIST} < 0$	$K_t - K_s = \frac{\partial K_s}{\partial \epsilon_{oct}} \epsilon_{oct} (> 0)$

Tabla 4.1. Comparación del comportamiento no lineal:
Modelo SSOM vs. Modelo $K - G$ paraelástico no lineal

INCONSISTENCIAS EN EL COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO DEL MODELO SSOM

- 1) El modelo SSOM no cumple la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas, puesto que en el triple modelo de bloques de Simpson que considera, la variable de historia sólo almacena el último punto de reversión en las direcciones principales de de .

Ello puede dar lugar a un incumplimiento de los principios termodinámicos, y no permite reproducir el comportamiento histerético del terreno bajo la acción de cargas cíclicas asimétricas.

COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO	
Modelo SSOM	Modelo $K - G$ paraelástico no lineal
<p>Cumple la primera y la segunda de las Reglas de Masing extendidas.</p> <p>No cumple la tercera y la cuarta de las Reglas de Masing extendidas.</p>	<p>Cumple todas las Reglas de Masing extendidas.</p>

Tabla 4.2. Comparación del comportamiento histerético:
Modelo SSOM vs. Modelo $K - G$ paraelástico no lineal

4.3. Modelo HS-S de Benz (2007)

4.3.1. Formulación

La formulación del modelo elastoplástico HS-S se puede dividir en dos partes:

- 1) **Formulación elástica:** Se adopta el modelo SSOM (ver el apartado 4.2 del presente Capítulo).
- 2) **Formulación plástica:** Se adopta el modelo HS (Schanz, 1998), basado en la teoría general de la plasticidad.

El modelo HS-S es un modelo elastoplástico con dos superficies de fluencia: f^s controla las deformaciones plásticas desviadoras y f^c controla las deformaciones plásticas volumétricas (Figura 4.9).

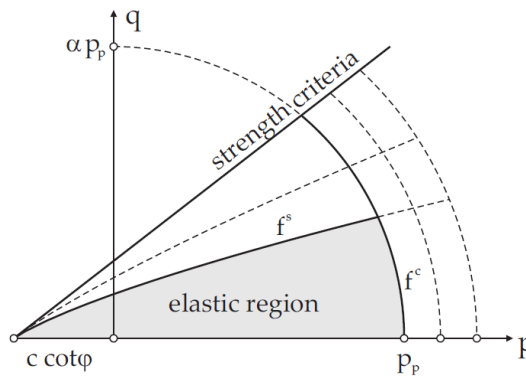


Figura 4.9. Superficies de fluencia del modelo Hardening Soil (HS) en el plano $p - q$ (Benz, 2007, tras Schanz, 1998).

El modelo HS-S introduce el SSOM dentro de la formulación elástica del modelo HS, tomando como tensor de rigidez elástico tangente el dado por la expresión (4.6).

No obstante, debe tenerse presente que en el modelo HS-S se considera que el modelo SSOM sólo controla el valor de la rigidez elástica en el tensor elástico tangente, pero no modifica el valor de la rigidez E_{ur} que aparece tanto en la expresión de la superficie de fluencia f^s , como en la expresión del parámetro H que a su vez aparece en la expresión de h_{p_p} dentro de la ley de rigidización dp_p , que controla el tamaño de la superficie de fluencia f^c .

Por otro lado, parecería lógico que el modelo HS utilizara los parámetros K y G en vez del módulo de Young E , tanto en la expresión de la superficie de fluencia f^s como en la expresión de la ley de rigidización dp_p .

La introducción del modelo SSOM en el modelo HS para construir el modelo HS-S, no altera la formulación plástica del modelo HS, salvo en un aspecto:

- 1) Modificación de la regla de flujo plástico para reproducir la rigidez del material durante la carga noval. Ello se hace a través del coeficiente h_i .

El coeficiente h_i modifica la regla de flujo para cumplir con la segunda de las Reglas de Masing extendidas.

$$d\gamma^{ps} = (d\lambda^s h_{\gamma^{ps}}) h_i \quad (4.57)$$

$$dp_p = (d\lambda^c h_{p_p}) h_i \quad (4.58)$$

$$h_i = (G_m)^{1+\frac{E_{ur}}{E_i}} \quad (4.59)$$

$$G_m = \frac{G_{min}}{G_{ur}} \quad (4.60)$$

En las expresiones anteriores $d\gamma^{ps}$ es el incremento de la variable de historia que controla el tamaño de la superficie de fluencia f^s , dp_p es el incremento de la variable de historia que controla el tamaño de la superficie de fluencia f^c , $d\lambda^s$ es el multiplicador plástico asociado a $d\gamma^{ps}$, $d\lambda^c$ es el multiplicador plástico asociado a dp_p , $h_{\gamma^{ps}}$ es el flujo plástico según el potencial g^s (correspondiente a f^s), h_{p_p} es el flujo plástico según el potencial g^c (correspondiente a f^c), G_{min} es el valor mínimo histórico del módulo de corte tangente G_t , G_{ur} es el mínimo valor que puede alcanzar G_t , y E_i es el módulo de rigidez elastoplástico secante al inicio de la deformación, que aparece en la expresión de f^s .

En caso que nos encontremos en la rama de carga noval, se activará alguna o varias de las superficies de fluencia, y mientras $G_t > G_{ur}$, se tendrá $G_m > 1$ y $h_i > 1$ ($E_{ur} > 0$ y $E_i > 0$). Ello implica un incremento de las deformaciones plásticas, dando lugar a una reducción en la rigidez elastoplástica, reproduciéndose así, la curva de carga noval. Por otro lado, en el momento en que $G_t = G_{ur}$ ($G_m = 1$), y en caso de entrar en plasticidad, el término $h_i = 1$, con lo que todas las curvas de descarga-recarga tendrán su rigidez correspondiente según la segunda de las Reglas de Masing extendidas.

Por otro lado, el modelo HS-S conserva fundamentalmente la formulación plástica del modelo HS, salvo en dos aspectos.

- 1) Introduce el criterio de Matsuoka-Nakai (1982) en f^s .
- 2) Modifica el criterio de dilatancia de Rowe (1962) por el de Li y Dafalias (2000) en el comportamiento contractivo.

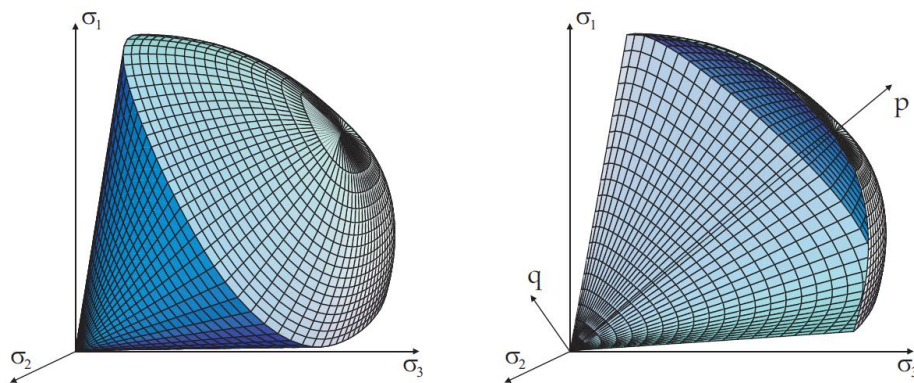


Figura 4.10. Superficies de fluencia con criterio de Matsuoka-Nakai del modelo HS-S en el espacio de Westergaard (Benz, 2007).

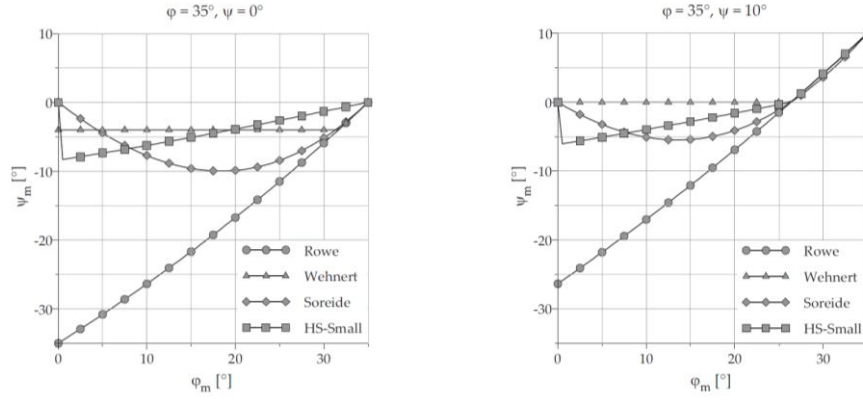


Figura 4.11. Ángulo de dilatación movilizado vs. ángulo de fricción movilizado (Benz, 2007).

4.3.2. Resumen de las ecuaciones de la teoría elastoplástica

A continuación, y a modo de resumen, se exponen las ecuaciones principales empleadas en los modelos elastoplásticos, generalizadas al caso de $k = 1 \dots N$ superficies de fluencia. Se tratan, por tanto, de las ecuaciones utilizadas en el modelo HS-S. No obstante, puesto que la formulación elastoplástica del modelo HS-S no aporta información relevante para los objetivos del presente trabajo, se deriva al lector a la tesis de Benz (2007) o a cualquier texto de referencia, para mayor detalle de la misma.

- 1) Superficies de fluencia:
$$f_k(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}_k) = 0 \quad (4.61)$$

- 2) Potenciales plásticos:
$$g_k(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}_k) = 0 \quad (4.62)$$

- 3) Descomposición de deformaciones:
$$d\boldsymbol{\epsilon} = d\boldsymbol{\epsilon}^e + d\boldsymbol{\epsilon}^p \quad (4.63)$$

- 4) Ley elástica:
$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}_t : d\boldsymbol{\epsilon}^e \quad (4.64)$$

- 5) Descomposición deformaciones plásticas:
$$d\boldsymbol{\epsilon}^p = \sum_{k=1}^N d\boldsymbol{\epsilon}_k^p \quad (4.65)$$

- 6) Reglas de flujo:
$$d\boldsymbol{\epsilon}_k^p = d\lambda_k \frac{\partial g_k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.66)$$

- 7) Leyes de endurecimiento:
$$d\boldsymbol{\chi}_k = d\lambda_k \mathbf{h}_k(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}_k) \quad (4.67)$$

- 8) Condiciones de consistencia:
$$df_k = 0 \quad (4.68)$$

- 9) Condiciones Karush-Kuhn-Tucker
$$d\lambda_k \geq 0 \quad (4.69)$$

$$f_k \leq 0 \quad (4.70)$$

$$f_k d\lambda_k = 0 \quad (4.71)$$

Donde en las expresiones anteriores, f_k es la k-ésima superficie de fluencia, χ_k es el vector de variables internas que controlan la forma, tamaño y posición de f_k , g_k es el potencial plástico asociado a la superficie de fluencia f_k , $d\epsilon$ es el incremento de deformación total, $d\epsilon^e$ es el incremento de deformación elástica, $d\epsilon^p$ es el incremento de deformación plástica, $d\epsilon_k^p$ es el incremento de deformación plástica asociada a la superficie f_k , $d\lambda_k$ es el k-ésimo multiplicador plástico y $h_k(\sigma, \chi_k)$ es el vector que controla la ley de endurecimiento de la superficie de fluencia f_k .

4.4. Modelo HS-SS de Plaxis

El modelo HS-SS implementado en el programa de elementos finitos Plaxis, se basa en el modelo HS-S de Benz, según se expone en los manuales del programa.

En este apartado se analiza un conjunto de inconsistencias numéricas detectadas en el modelo HS-SS. Debido al hecho de desconocer el código numérico del modelo HS-SS, se han utilizado como referencia y guía para el análisis de las inconsistencias, los conceptos teóricos e inconsistencias detectadas en el modelo SSOM, desarrollados en profundidad en apartados anteriores de este Capítulo 4.

4.4.1. Análisis de inconsistencias numéricas del modelo HS-SS

4.4.1.1. Detección de inconsistencias en el análisis de un caso real

Inicialmente las inconsistencias se detectaron durante las simulaciones numéricas de la gran excavación urbana realizada en las obras de construcción de la nueva estación intermodal de La Sagrera, en la ciudad de Barcelona, tal y como se ha introducido en el Capítulo 1 del presente trabajo.

En la *Figura 4.12* se muestra la geometría de una de estas simulaciones, concretamente, de la sección transversal donde se sitúa el Extensómetro nº3. Los parámetros de los diferentes tipos de suelos se proporcionan en el Capítulo 6.

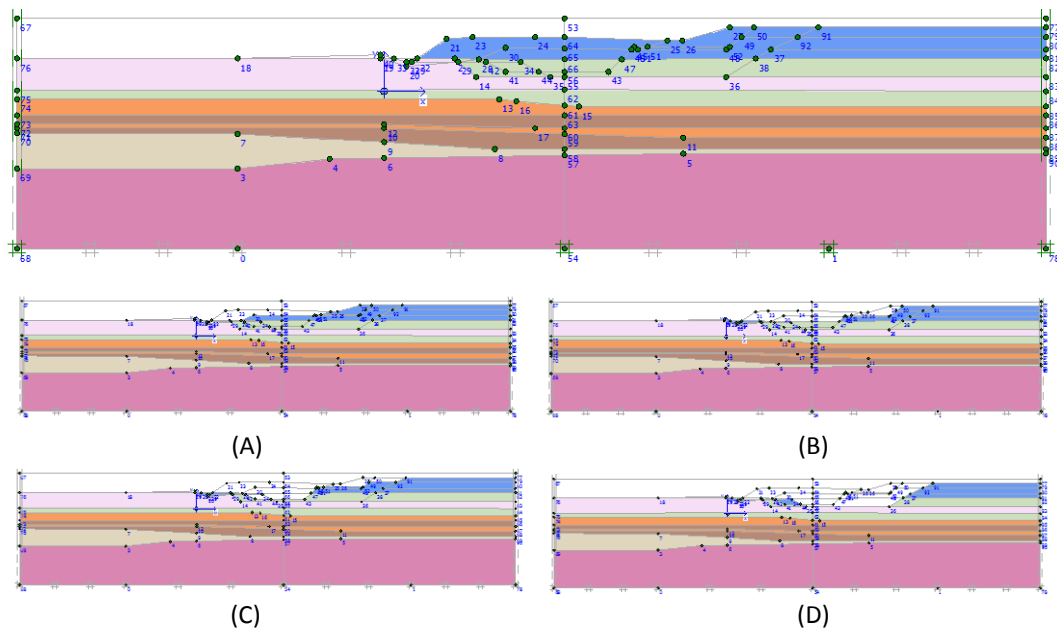


Figura 4.12. Simulación de las fases de excavación del perfil transversal donde se sitúa el Extensómetro nº3.

En la simulación de las fases de la excavación, se han estudiado diferentes escenarios que contemplan diferentes condiciones de flujo para los distintos estratos de terreno:

- 1) Condiciones drenadas para todos los estratos (Notación: DRAINED)
- 2) Condiciones no drenadas para los estratos menos permeables y condiciones drenadas para los estratos más permeables (Notación: UNDRAINED).
- 3) Condiciones no drenadas, con posterior consolidación según los tiempos reales del avance de la excavación, para los estratos menos permeables, y condiciones drenadas para los estratos más permeables (Notación: UNDRAINED-CONS).

Se han comparado los resultados obtenidos en una simulación utilizando el modelo HS-SS, con los resultados obtenidos en la misma simulación, pero utilizando un modelo elástico lineal.

En las Figuras 4.13 y 4.14 se representan los desplazamientos verticales del Extensómetro nº3, calculados en las simulaciones.

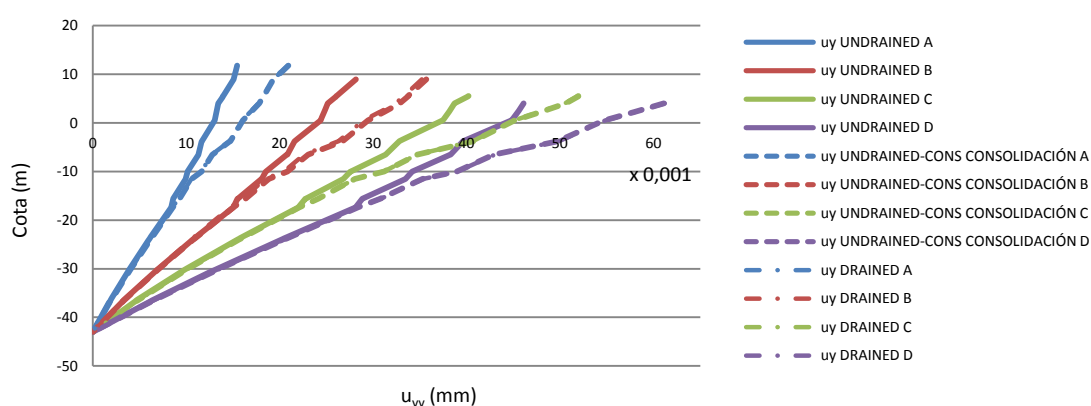


Figura 4.13. Desplazamientos verticales en el Extensómetro nº3 con el modelo elástico lineal.

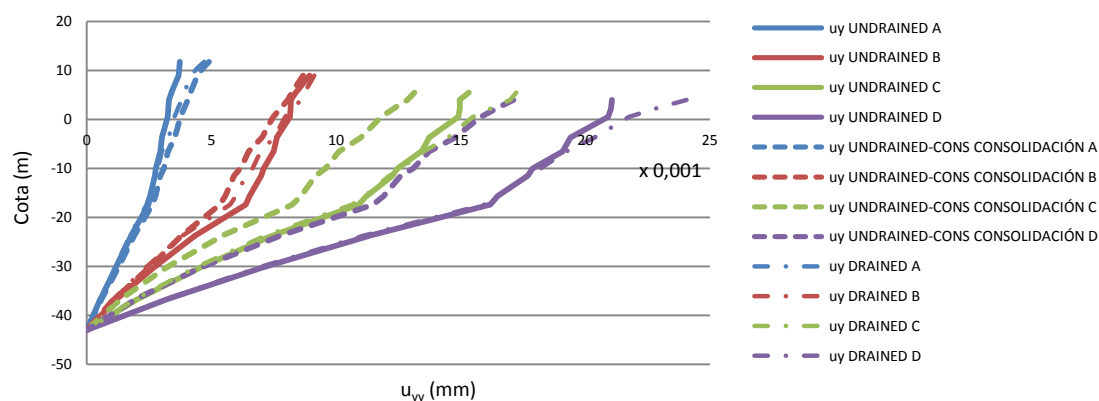


Figura 4.14. Desplazamientos verticales en el Extensómetro nº3 con el modelo HS-SS.

En base a las anteriores figuras, se puede ver lo siguiente:

$$\begin{array}{l}
 \text{Modelo lineal elástico:} \quad u_{yy}^{(\text{DRENADO})} \approx u_{yy}^{(\text{NO DRENADO-CONSOLIDADO})} > u_{yy}^{(\text{NO DRENADO})} \\
 \text{Modelo HS-SS:} \quad u_{yy}^{(\text{DRENADO})} > u_{yy}^{(\text{NO DRENADO})} > u_{yy}^{(\text{NO DRENADO-CONSOLIDADO})}
 \end{array}$$

Este comportamiento también puede verse en las deformaciones en un plano horizontal a una determinada cota (Figuras 4.15 a 4.18 para el modelo elástico y Figuras 4.19 a 4.22 para el modelo HS-SS).

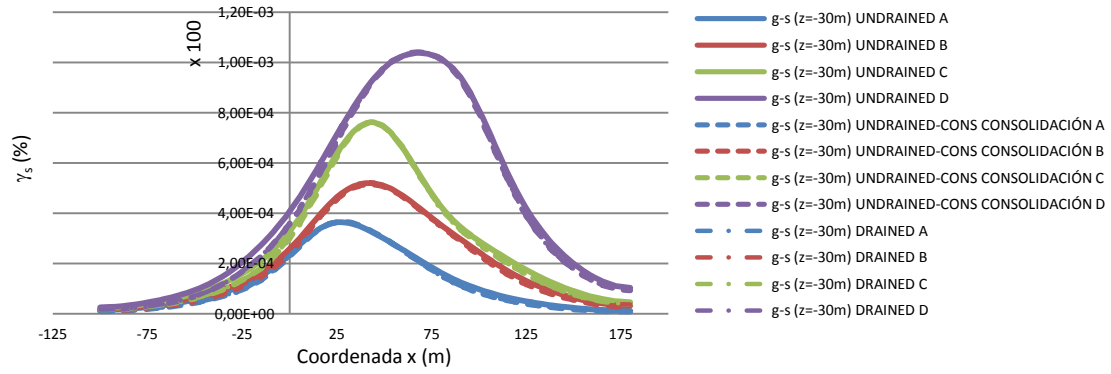


Figura 4.15. Deformaciones γ_s a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.

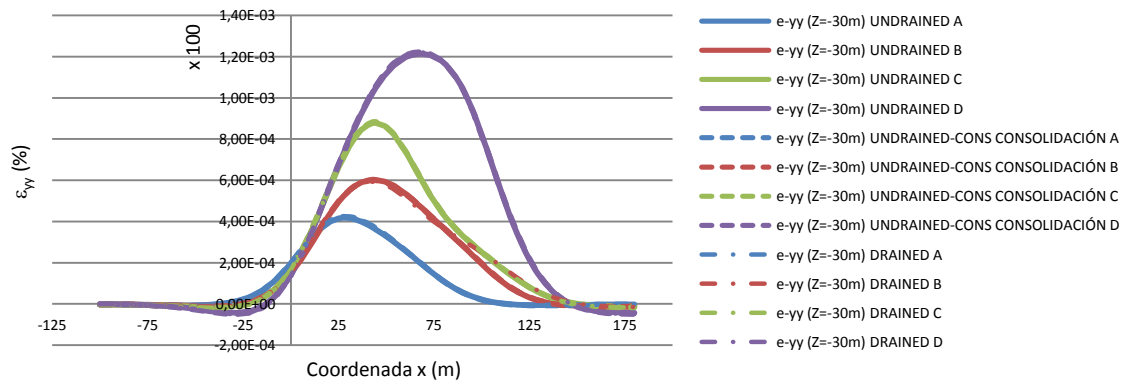


Figura 4.16. Deformaciones ε_{yy} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.

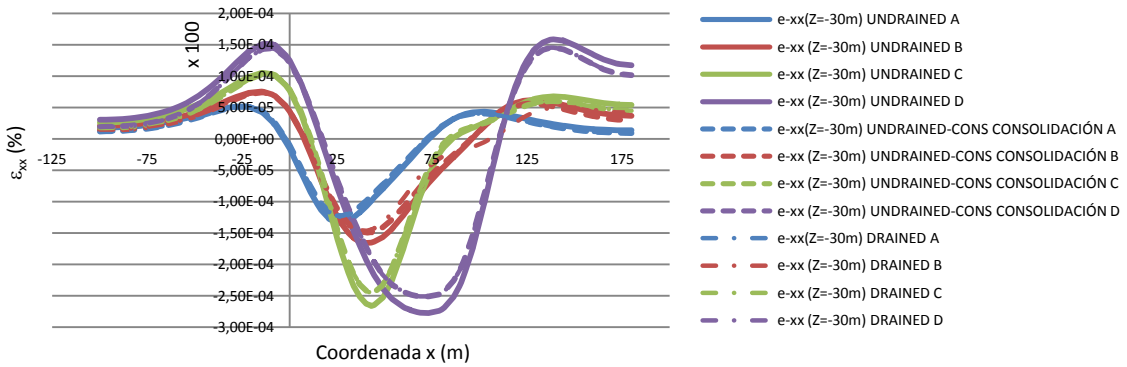


Figura 4.17. Deformaciones ε_{xx} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.

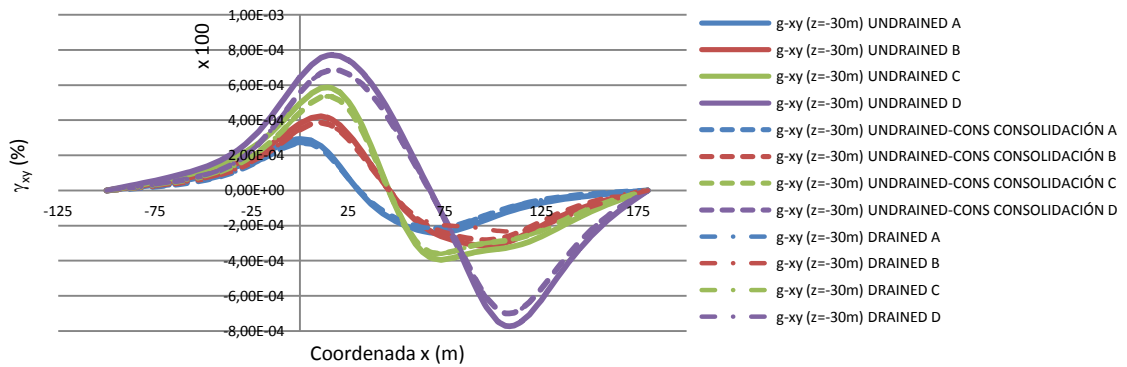


Figura 4.18. Deformaciones γ_{xy} a la cota -30,0m con el modelo elástico lineal.

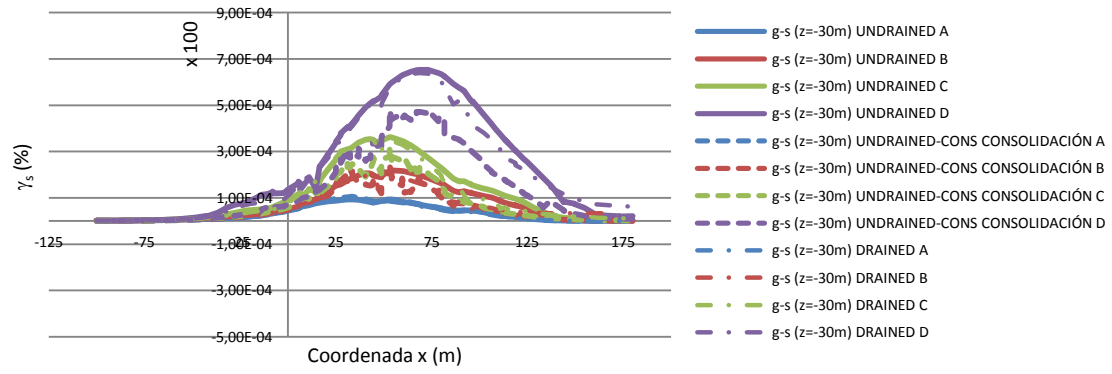


Figura 4.19. Deformaciones γ_s a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.

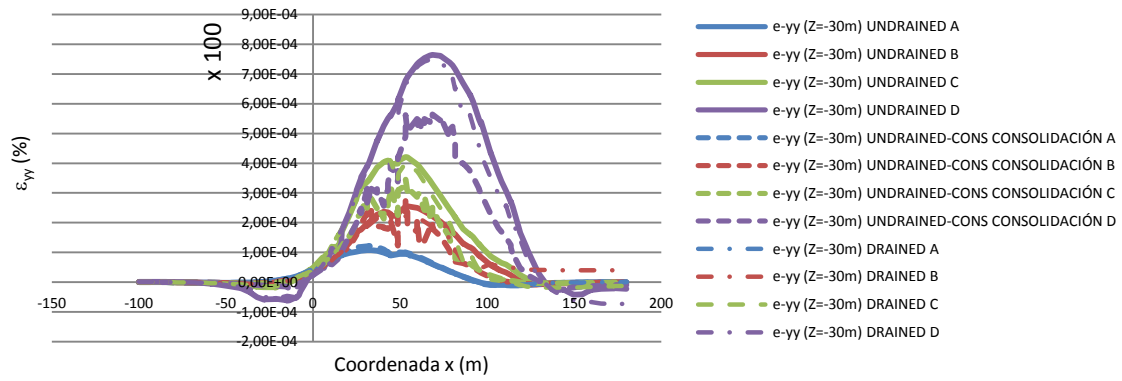


Figura 4.20. Deformaciones ε_{yy} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.

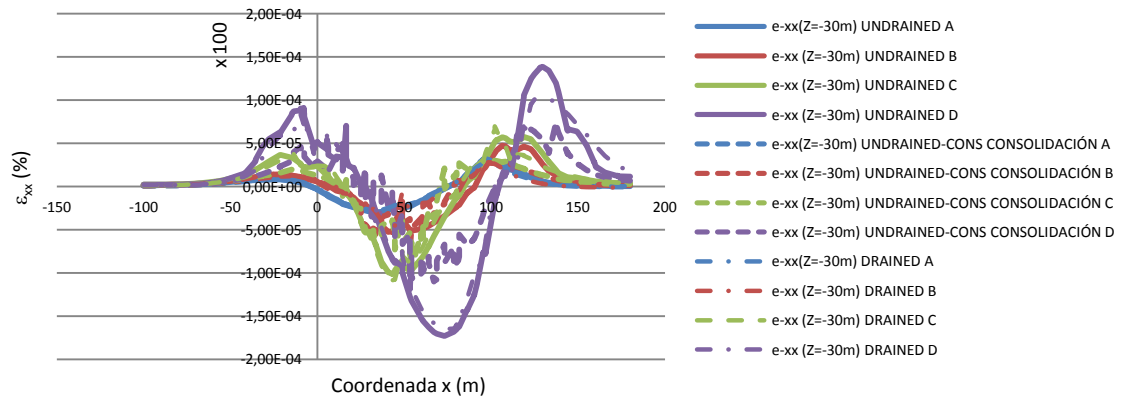


Figura 4.21. Deformaciones ε_{xx} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.

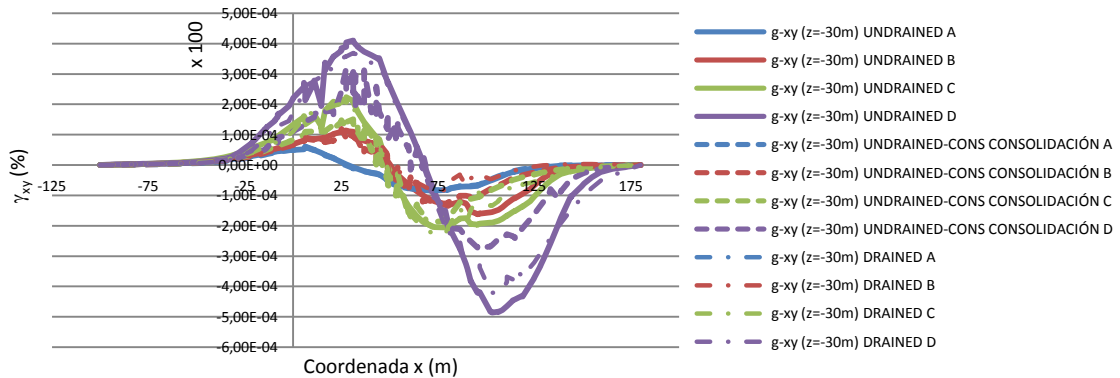


Figura 4.22. Deformaciones γ_{xy} a la cota -30,0m con el modelo HS-SS.

Se considera que los resultados obtenidos con el modelo HS-SS, no son consistentes, y se procede a estudiar numéricamente dicho modelo.

4.4.1.2. Estudio del origen de las inconsistencias

Con el objetivo de detectar el origen de las inconsistencias observadas, se ha realizado un conjunto de ensayos edométricos y triaxiales numéricos, empleando diferentes trayectorias de tensiones y diferentes tamaños de malla. Las simulaciones se han realizado con Plaxis v9 y Plaxis v10, obteniendo en ambas versiones los mismos resultados.

El material utilizado en todos los ensayos numéricos es el correspondiente a “PI1. Arenas con arcillas”, que se halla ampliamente descrito y geotécnicamente caracterizado en el Capítulo 6 del presente trabajo.

4.4.1.2.1. Ensayos edométricos numéricos

En la *Figura 4.23* se muestra la trayectoria tensional seguida habitualmente en un ensayo edométrico.

Este ensayo ha permitido estudiar inconsistencias del modelo HS-SS tanto dentro del dominio elástico encerrado por la envolvente de las dos superficies de fluencia del modelo, como en el dominio elastoplástico sobre la superficie f^c .

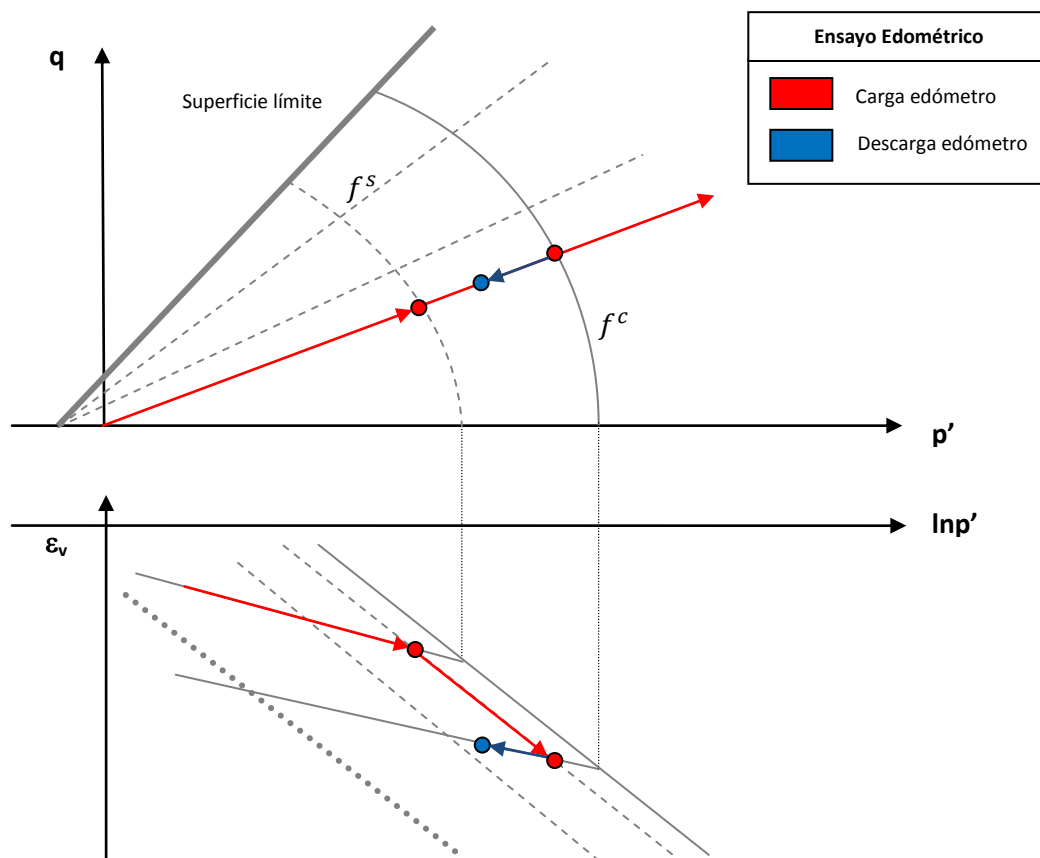


Figura 4.23. Trayectorias de tensiones en el ensayo edométrico.

En la Figura 4.24, se pueden ver las mallas utilizadas en la simulación de los ensayos edométricos.

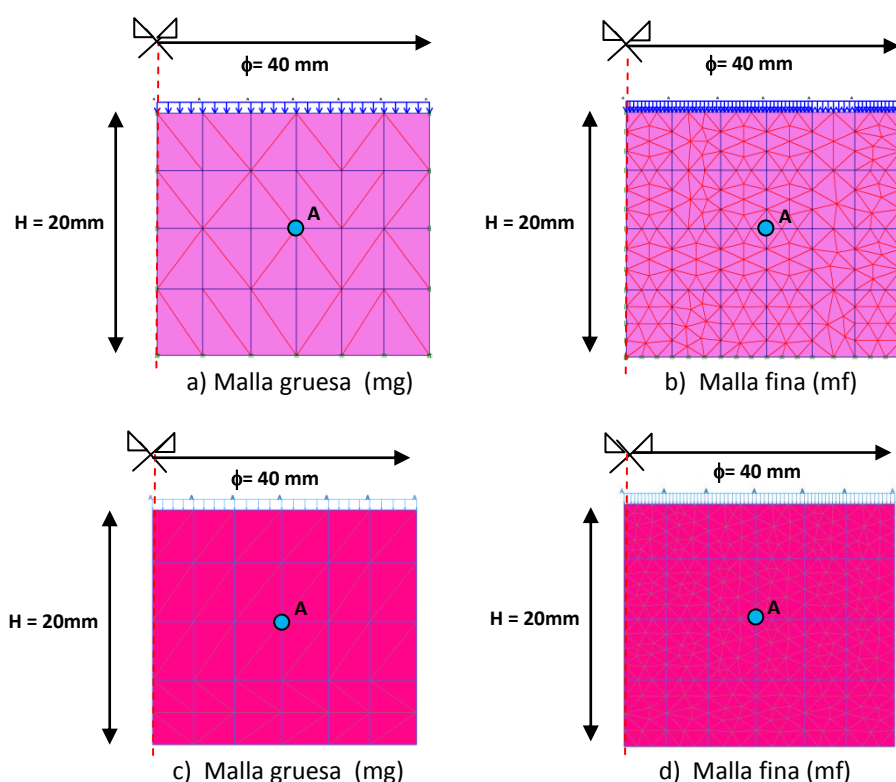


Figura 4.24. Mallas para el ensayo edométrico con Plaxis v9 (a y b) y con Plaxis v10 (c y d). Punto de Gauss A para análisis de curvas.

Se han considerado condiciones axisimétricas, la restricción de flujo en contornos verticales.

En primer lugar, se analizan los siguientes casos, utilizando trayectorias de tensiones sencillas:

- 1) Reversiones generadas por oscilaciones no controladas de origen numérico en la deformación, durante fases de consolidación.
- 2) Reversiones generadas por inversiones no controladas de origen numérico en la deformación, durante fases de carga nulas.
- 3) Reversiones debido a pequeñas descargas/recargas controladas durante trayectorias de carga o recarga/descarga.

En el primer caso (1) se propone el ensayo D-mf-cons, con la trayectoria de tensiones de la Tabla 4.3, que utiliza la malla fina (mf), con la versión Plaxis v9 y Plaxis v10 (Figuras 4.25 y 4.26, respectivamente).

	FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1.	Carga	Drenada	+ 100	100	0
2.	Carga	Drenada	+ 100	200	0
3.	Consolidación	Consolidación	0	200	1
4.	Carga	Drenada	+ 100	300	0
5.	Descarga	Drenada	- 300	0	0
6.	Recarga	Drenada	+ 300	300	0
7.	Carga	Drenada	+ 100	400	0

Tabla 4.3. Ensayo edométrico numérico D-mf-cons.

Como se observa, la fase de consolidación no tiene por objetivo disipar presiones de agua, puesto que el ensayo numérico es drenado, y no se han generado presiones de agua durante las fases de carga. El objetivo de esta fase de consolidación se limita al estudio de su efecto numérico.

En el segundo caso (2) se propone el ensayo D-mf-fase, con la trayectoria de tensiones de la *Tabla 4.4*, que utiliza la malla fina (mf), con la versión Plaxis v9 y v10 (*Figuras 4.28 y 4.29* respectivamente).

FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1. Carga	Drenada	+ 100	100	0
2. Carga	Drenada	+ 100	200	0
3. Fase nula	Drenada	0	200	0
4. Carga	Drenada	+ 100	300	0
5. Descarga	Drenada	- 300	0	0
6. Recarga	Drenada	+ 300	300	0
7. Carga	Drenada	+ 100	400	0

Tabla 4.4. Ensayo edométrico numérico D-mf-fase.

En el tercer caso (3) se propone el ensayo D-mf-desc, con la trayectoria de tensiones de la *Tabla 4.5*, que utiliza la malla fina (mf), con la versión Plaxis v9 y v10 (*Figuras 4.31 y 4.32* respectivamente).

FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1. Carga	Drenada	+ 100	100	1
2. Carga	Drenada	+ 100	200	1
3. Descarga	Drenada	-0,1	199,9	0
4. Carga	Drenada	+ 100,1	300	1
5. Descarga	Drenada	- 300	0	1
6. Recarga	Drenada	+ 300	300	1
7. Carga	Drenada	+ 100	400	1

Tabla 4.5. Ensayo edométrico numérico D-mf-desc.

Como se observa en las *Figuras 4.25 y 4.26*, correspondientes al ensayo D-mf-cons, la fase de consolidación ha producido una rigidización, seguida de una degradación elástica.

Efectivamente, tal y como se puede ver en la *Figura 4.27* correspondiente al ensayo D-mf-cons, este comportamiento se explica por la existencia de oscilaciones en $\Delta\epsilon_{yy}$ durante la fase de consolidación, que a su vez dan lugar a reversiones de deformación desviadora (nótese que en el ensayo edométrico simulado, y-y' es una dirección principal de $\Delta\epsilon$, y a su vez, las direcciones principales de $\Delta\epsilon$ y Δe son coaxiales, lo cual implica que la componente principal de \mathbf{H} se da en la dirección y-y')..

Este comportamiento oscilatorio de la deformación en D-mf-cons puede deberse a la aparición de presiones de agua parásitas durante la fase de consolidación (del orden de $\approx 10^{-11}$), o podría deberse a la propia definición de una nueva fase cálculo (tal y como ocurre en el ensayo numérico D-mf-fase que se analiza a continuación).

Como se observa en las *Figuras 4.28 y 4.29*, correspondientes al ensayo D-mf-fase, la fase de carga nula ha producido una rigidización, seguida de una degradación elástica.

Efectivamente, tal y como se puede ver en la *Figura 4.30* correspondiente al ensayo D-mf-fase, este comportamiento se explica por la existencia de una inversión de $\Delta\epsilon_{yy}$ durante la fase de carga nula, que a su vez ha dado lugar a una reversión de deformación desviadora.

En las Figuras 4.31 y 4.32 correspondientes al ensayo D-mf-desc se puede observar como la fase con la pequeña descarga, que impone una reversión de deformación, ha producido una rigidización, seguida de una degradación elástica (y si bien este efecto podría estar acoplado al observado en D-mf-fase, en los ensayos edométricos NDC-b-mf y NDC-c-mf que se exponen más adelante, sí se observa la inconsistencia en un caso de carga no drenada seguida de una fase de consolidación).

Debe tenerse presente que el parámetro de rigidez que controla la pendiente de las curvas edométricas no es el módulo volumétrico K , sino que es el módulo edométrico o confinado $M = K + (4/3)G$. En el comportamiento observado en las curvas analizadas, se mezclan los efectos de las degradaciones elásticas teóricas de K y G , y por tanto, no se puede deducir directamente en base a los resultados obtenidos el hecho de que K degrade con γ_{HIST} , tal y como sí se ha deducido de forma teórica.

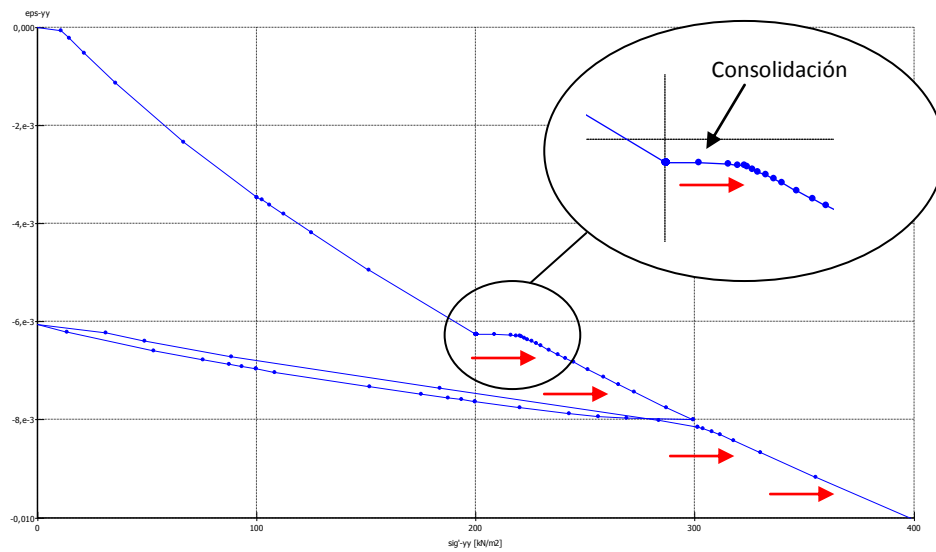


Figura 4.25. Curva edométrica D-mf-cons en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

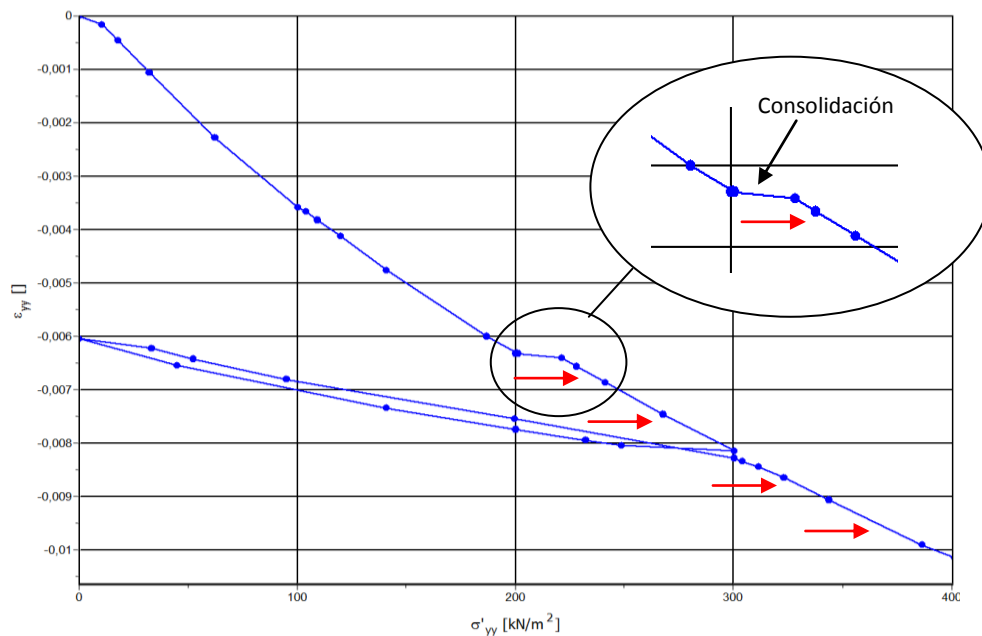


Figura 4.26. Curva edométrica D-mf-cons en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.

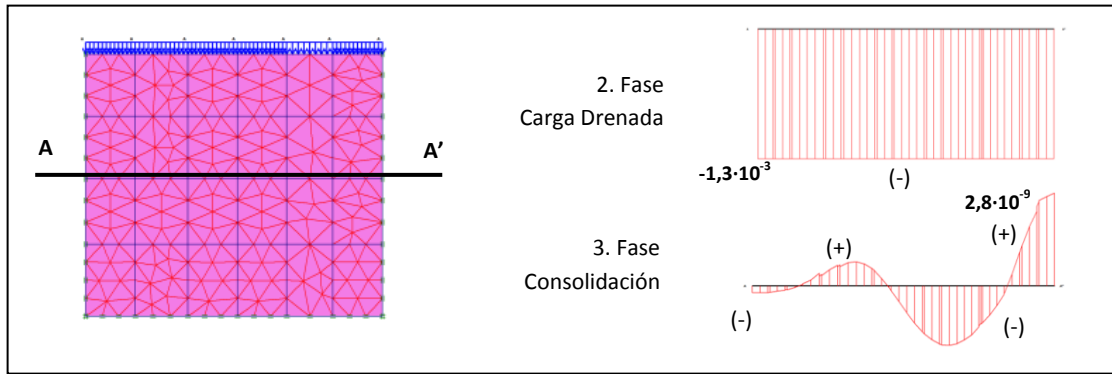


Figura 4.27. D-mf-cons. Perfil de $\Delta\epsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 2 y 3, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

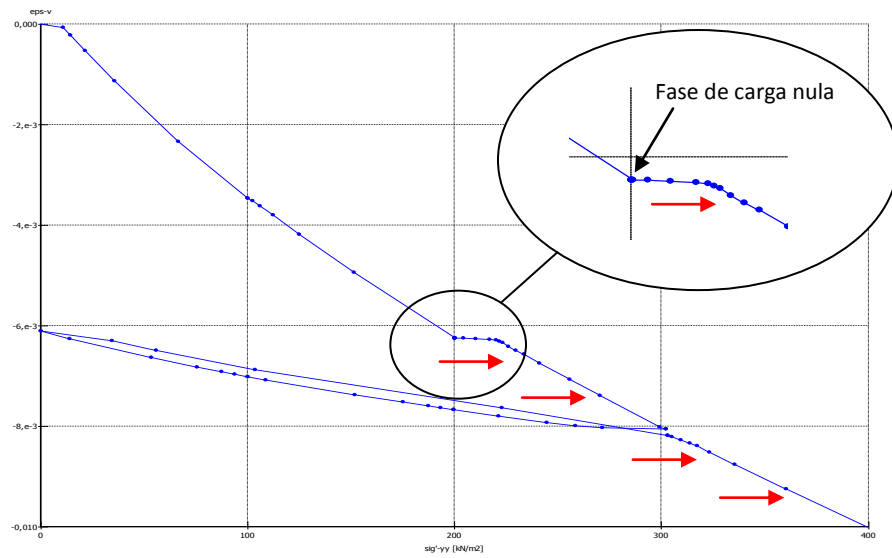


Figura 4.28. Curva edométrica D-mf-fase en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

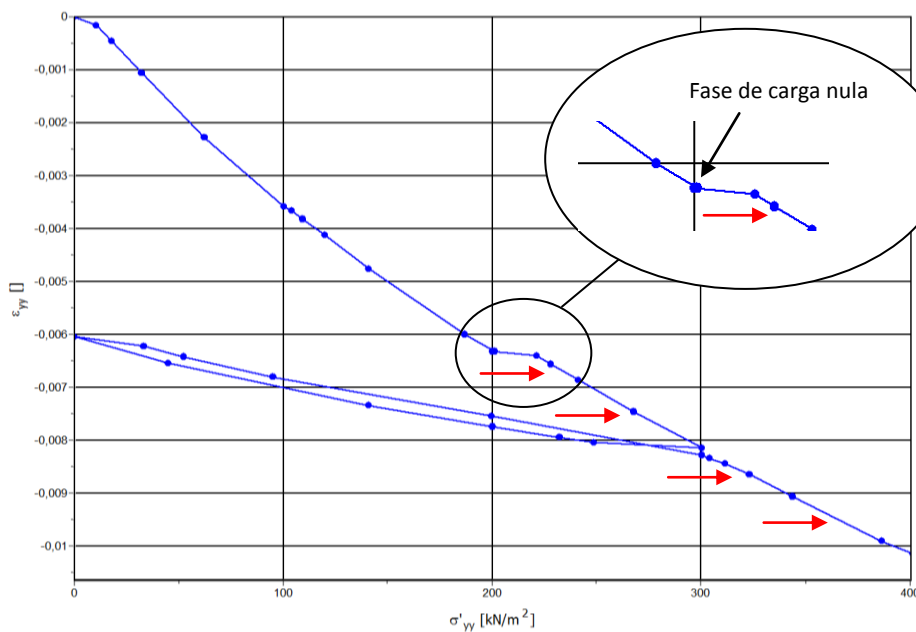


Figura 4.29. Curva edométrica D-a-mf-fase en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.

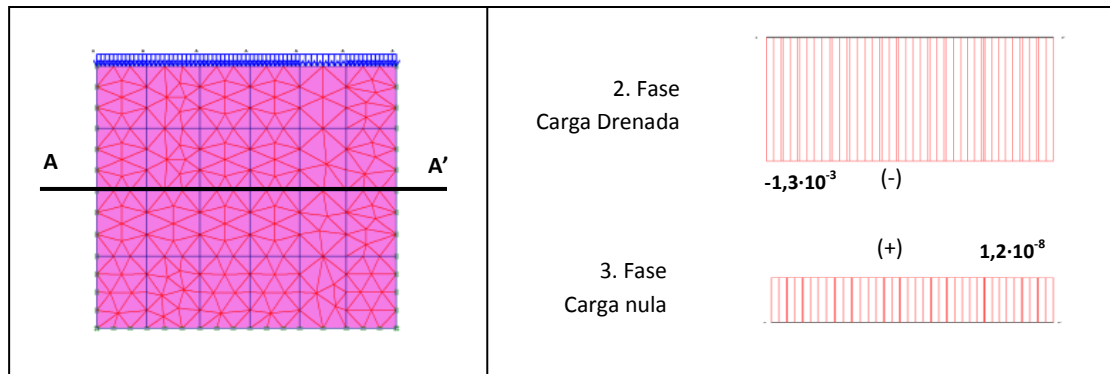


Figura 4.30. D-mf-fase. Perfil de $\Delta\epsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 2 y 3, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

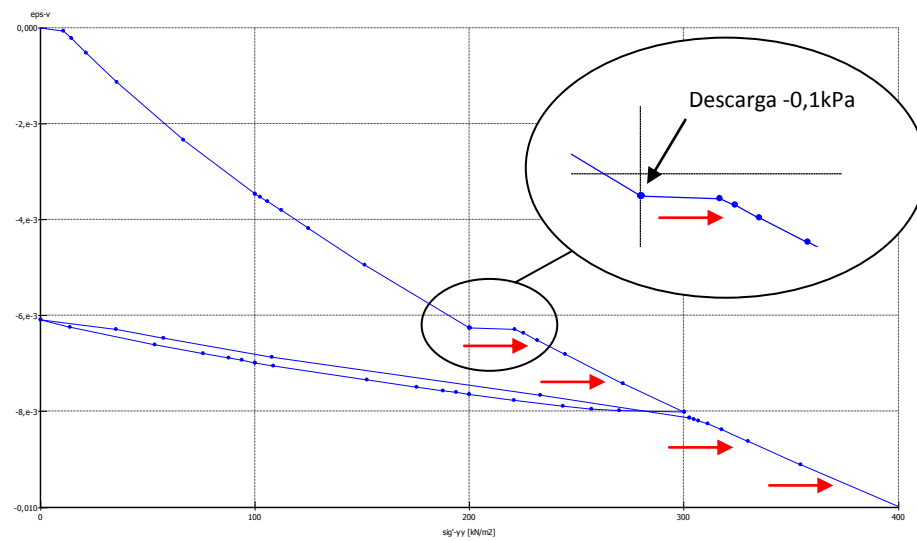


Figura 4.31. Curva edométrica D-mf-desc en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

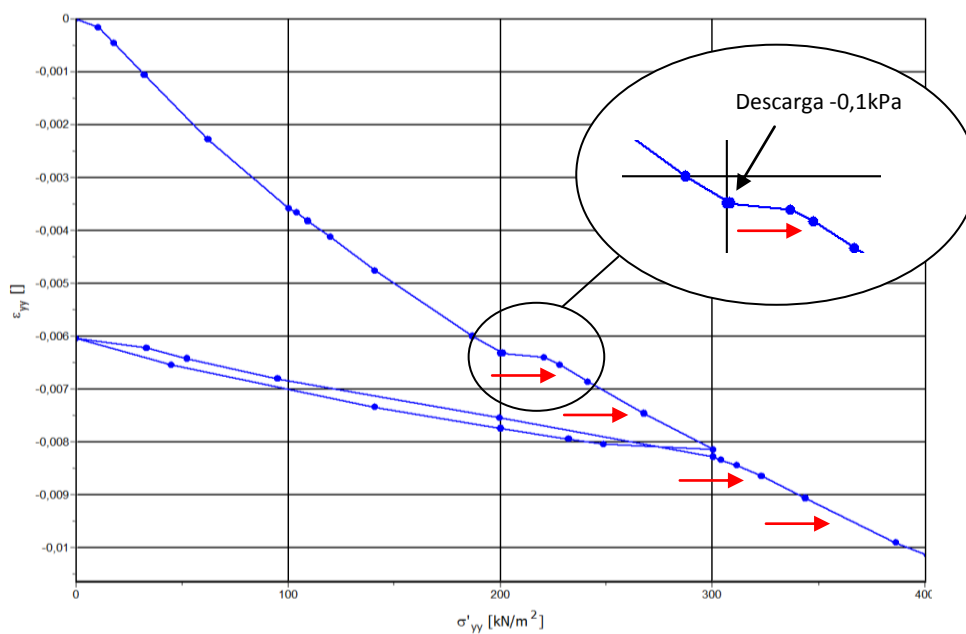


Figura 4.32. Curva edométrica D-mf-desc en punto de Gauss A. Modelo HS-SS. Plaxis v10.

Se realizan a continuación tres ensayos numéricos que siguen una misma trayectoria de tensiones, pero empleando cada uno de ellos diferentes fases de cálculo y condiciones de flujo (*Tabla 4.6, 4.7 y 4.8*). Este análisis permite comparar la divergencia entre resultados que, a priori, deberían coincidir. Asimismo, estos análisis muestran como las inconsistencias se dan tanto en la rama elástica como elastoplástica del ensayo (*Figuras 4.33 a 4.36*).

FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1. Carga	Drenada	+ 100	100	1
2. Carga	Drenada	+ 100	200	1
3. Carga	Drenada	+ 100	300	1
4. Descarga	Drenada	- 300	0	1
5. Recarga	Drenada	+ 300	300	1
6. Carga	Drenada	+ 100	400	1

Tabla 4.6. D-a-mg y D-a-mf.

FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1. Carga	No drenada	+100	0	0
2. Consolidación	Consolidación	0	100	1
3. Carga	No drenada	+100	100	0
4. Consolidación	Consolidación	0	200	1
5. Carga	No drenada	+100	200	0
6. Consolidación	Consolidación	0	300	1
7. Descarga	No drenada	- 300	300	0
8. Consolidación	Consolidación	0	0	1
9. Recarga	No drenada	+300	0	0
10. Consolidación	Consolidación	0	300	1
11. Carga	No drenada	+100	300	0
12. Consolidación	Consolidación	0	400	1

Tabla 4.7. NDC-b-mg y NDC-b-mf.

FASE	TIPO	$\Delta\sigma$ [kPa]	σ' [kPa]	TIEMPO [días]
1. Carga	No drenada	+100	0	0
2. Consolidación	Consolidación	0	100	1
3. Carga	No drenada	+100	100	0
4. Consolidación	Consolidación	0	200	1
5. Carga	No drenada	+100	200	0
6. Consolidación	Consolidación	0	300	1
7. Descarga	No drenada	- 100	300	0
8. Consolidación	Consolidación	0	200	1
9. Descarga	No drenada	- 100	200	0
10. Consolidación	Consolidación	0	100	1
11. Descarga	No drenada	- 100	100	0
12. Consolidación	Consolidación	0	0	1
13. Recarga	No drenada	+300	0	0
14. Consolidación	Consolidación	0	300	1
15. Carga	No drenada	+100	300	0
16. Consolidación	Consolidación	0	400	1

Tabla 4.8. NDC-c-mg y NDC-c-mf.

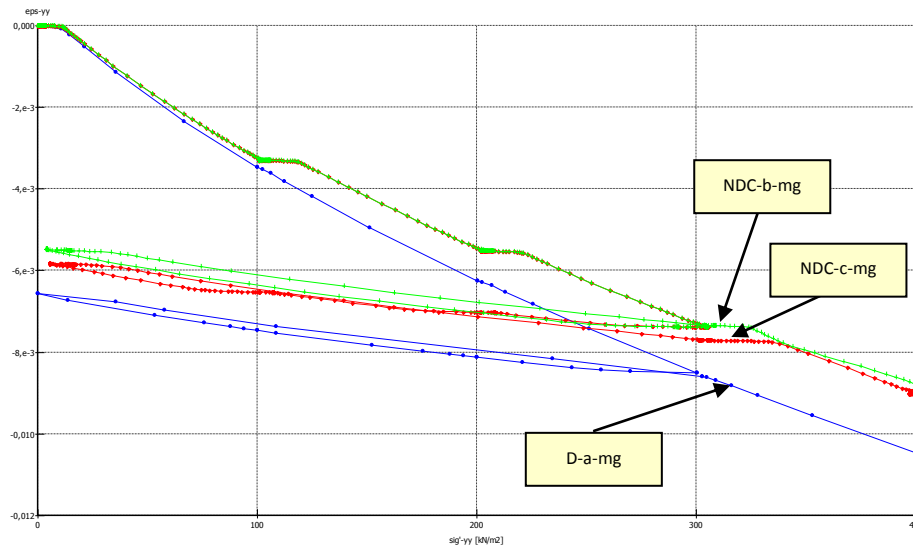


Figura 4.33. Curvas edométricas D-a-mg, NDC-b-mg y NDC-c-mg. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

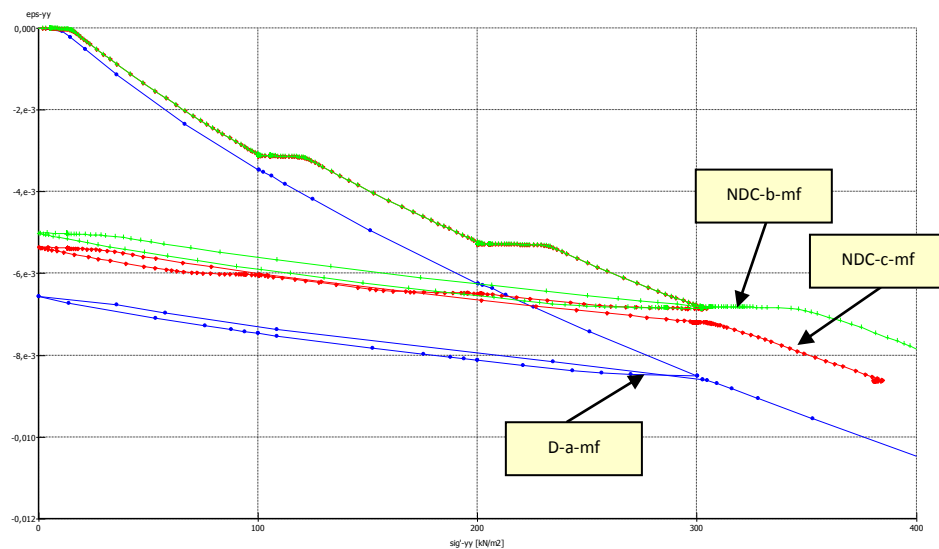


Figura 4.34. Curvas edométricas D-a-mf, NDC-b-mf y NDC-c-mf. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

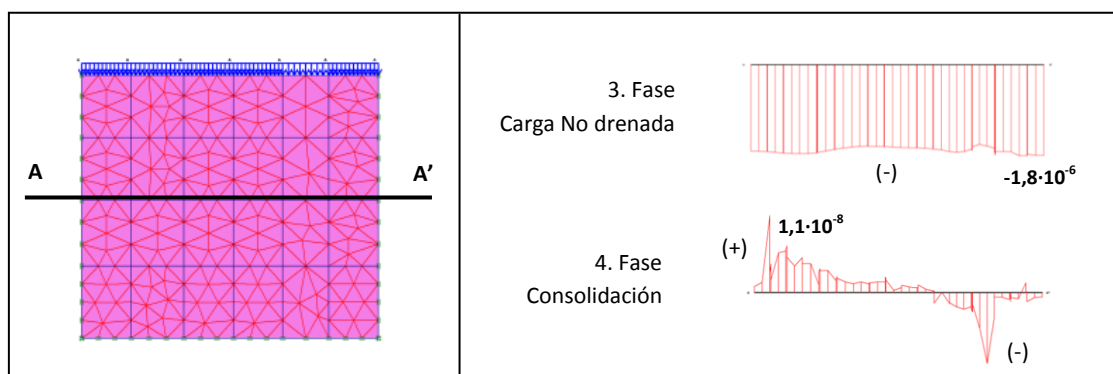


Figura 4.35. NDC-b-mf. Perfil de $\Delta\epsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 3 y 4, en A-A'. Modelo HS-SS. Plaxis v9

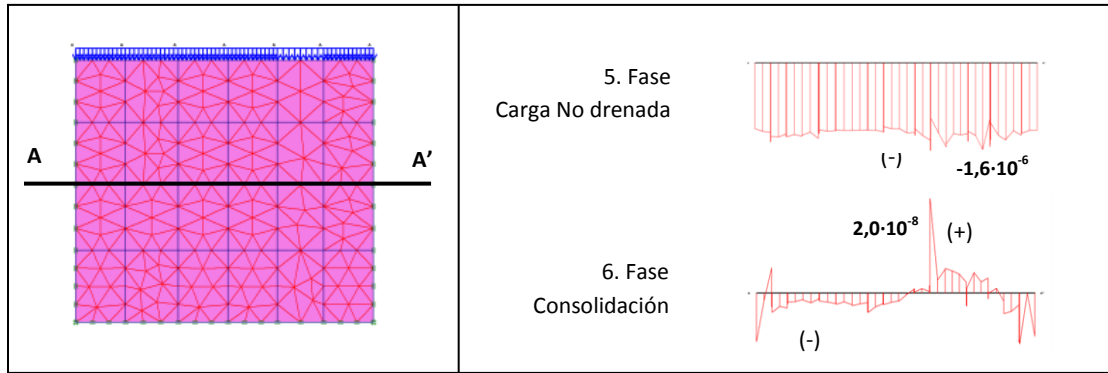


Figura 4.36. NDC-b-mf. Perfil de $\Delta\epsilon_{yy}$ en el último paso cálculo de las fases 5 y 6, en A-A'.

Modelo HS-SS. Plaxis v9.

Se han analizado varios puntos de Gauss de la malla de las probetas numéricas, y se han observado las mismas inconsistencias en todos ellos.

Adicionalmente, se ha estudiado el comportamiento global de la muestras de los ensayos D-a-mf y NDC-c-mf. Para ello, se han construido las curvas edométricas a partir de los valores de la carga aplicada y del desplazamiento en el contorno superior libre de las probetas numéricas. En la Figura 4.37 se muestran los resultados obtenidos.

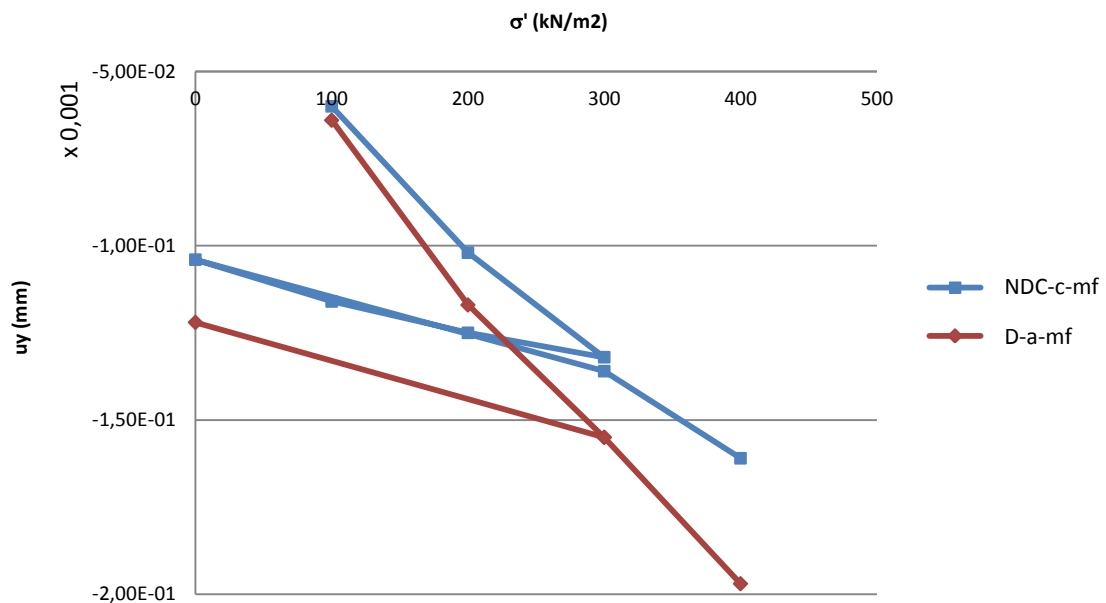


Figura 4.37. Curvas edométricas globales de D-a-mf y NDC-c-mf. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

Finalmente, se ha estudiado la magnitud de los efectos de las inconsistencias, tanto en la rama de carga noval como en la rama de descarga-recarga elástica. Dicha magnitud depende directamente de la forma y tamaño de la curva de degradación elástica, es decir, de los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$. Para ello se ha realizado un nuevo ensayo numérico basado en el ensayo NDC-c-mf, en el que se ha doblado el valor del parámetro $\gamma_{0,7}$ (Figura 4.38). A este nuevo ensayo se le ha denominado NDC-c-mf-2g

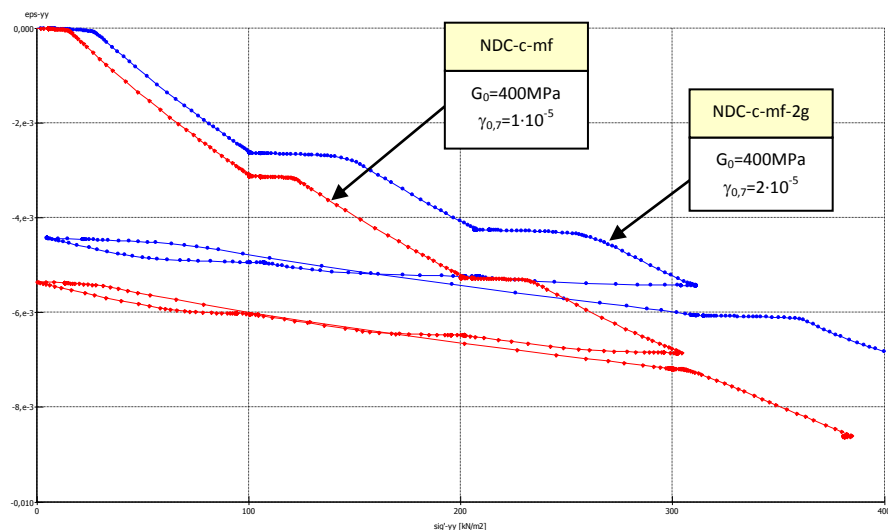


Figura 4.38. Curvas edométricas NDC-c-mf y NDC-c-mf-2g. Modelo HS-SS. Plaxis v9.

En la *Figura 4.38* se evidencia que la recuperación de la pendiente de la curva edométrica se debe a la degradación del material con las deformaciones desviadoras, que a su vez depende de los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$.

Los ensayos edométricos numéricos permiten ver claramente varias de las inconsistencias del modelo HS-SS.

Debe tenerse en cuenta, no obstante, que en este tipo de ensayos numéricos se estudian las inconsistencias en el dominio elástico y sobre la superficie de fluencia f^c , pero no sobre la superficie de fluencia f^s . Para esto último es necesario realizar ensayos triaxiales numéricos.

4.4.1.2.2. Ensayos triaxiales numéricos

En la *Figura 4.39* puede observarse la trayectoria tensional seguida habitualmente en un ensayo triaxial drenado (en el caso ilustrado, la muestra está ligeramente sobreconsolidada antes de aplicar la fase de desviador).

El ensayo triaxial numérico permite estudiar inconsistencias en el dominio elástico encerrado por la envolvente de las dos superficies de fluencia del modelo, y en el dominio elastoplástico, tanto sobre la intersección de la superficie de fluencia f^c con el eje p' durante la fase de consolidación isotrópica, como sobre las superficies de fluencia f^s y f^c durante la aplicación del desviador.

Con el análisis de los ensayos triaxiales numéricos, se amplía el estudio de las inconsistencias realizado con los ensayos edométricos numéricos, a un mayor número de trayectorias tensionales.

En la *Figura 4.40* se puede ver la geometría de la malla utilizada para los ensayos triaxiales numéricos, en los que se han considerado condiciones axisimétricas.

Por otro lado, en estos ensayos numéricos sólo se trabaja con el caso drenado, con una malla fina y con la versión del programa Plaxis v9, puesto que ya ha quedado demostrado que las inconsistencias permanecen con la variación de estos elementos.

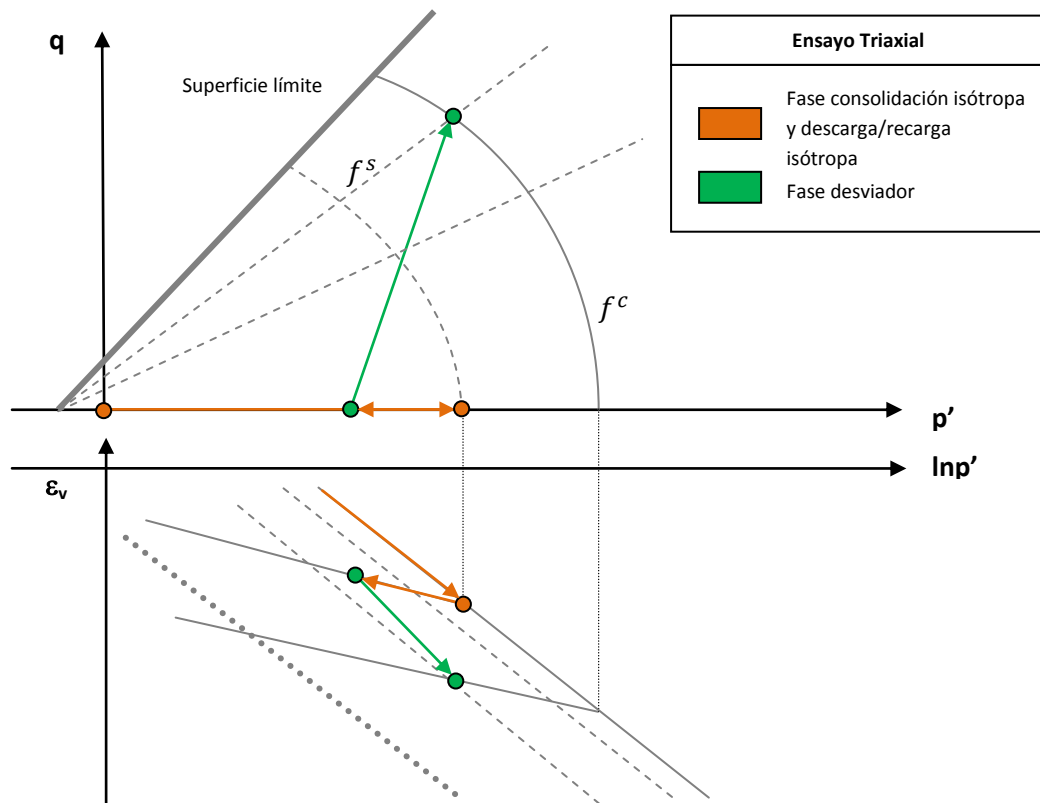


Figura 4.39. Trayectorias de tensiones de un ensayo triaxial drenado (muestra ligeramente sobreconsolidada en fase de desviador)

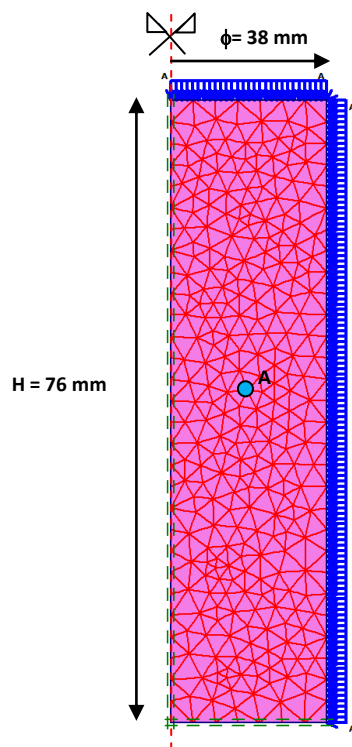


Figura 4.40. Malla para el ensayo triaxial drenado. Puntos de Gauss A para análisis de curvas.

En la *Tabla 4.9.* se especifica la trayectoria de tensiones utilizadas en el ensayo D-mf-Triax y en el ensayo D-mf-TriaxHS. Este último se diferencia del D-mf-Triax por el hecho de que utiliza el modelo HS en vez del modelo HS-SS.

	FASE	$\Delta\sigma_1$ [kPa]	σ_1 [kPa]	$\Delta\sigma_3$ [kPa]	σ_3 [kPa]	$\Delta p'$ [kPa]	p' [kPa]	Δq [kPa]	q [kPa]	TIEMPO [días]
1.	Cons. isotrópica	+200	200	+200	200	+200	200	0	0	0
2.	Descarga	-2	198	-2	198	-2,0	198	0	0	0
3.	Cons. isotrópica	+302	500	+302	500	+302	500	0	0	0
4.	Cons. isotrópica	+500	1000	+500	1000	+500	1000	0	0	0
5.	Descarga	-600	400	-600	400	-600	400	0	0	0
6.	Recarga	+2	402	+2	402	+2,0	402	0	0	0
7.	Descarga	-202	200	-202	200	-202	200,0	0	0	0
8.	Desviador	+300	500	0	200	+100	300	+300	300	0
9.	Descarga desv.	-3	497	0	200	-1	299	-3,0	297	0
10.	Desviador	+103	600	0	200	+34,3	333,3	+103	400	0
11.	Descarga desv.	-200	400	0	200	-66,7	266,7	-200	200	0
12.	Desviador	+400	800	0	200	+133,3	400	+400	600	0

Tabla 4.9. Fases del análisis D-mf-Triax y D-mf-TriaxHS (este último con modelo HS)

En la *Tabla 4.10.* se especifica la trayectoria de tensiones utilizadas en el ensayo D-mf-Triax-2, que es idéntica a la del ensayo D-mf-Triax, salvo por el hecho de que la Fase 3 y 4 de este último, se han unido en una única fase (Fase 3).

	FASE	$\Delta\sigma_1$ [kPa]	σ_1 [kPa]	$\Delta\sigma_3$ [kPa]	σ_3 [kPa]	$\Delta p'$ [kPa]	p' [kPa]	Δq [kPa]	q [kPa]	TIEMPO [días]
1.	Cons. isotrópica	+200	200	+200	200	200	200	0	0	0
2.	Descarga	-2	198	-2	198	-2,0	198	0	0	0
3.	Cons. isotrópica	+802	1000	+802	1000	802	1000	0	0	0
4.	Descarga	-600	400	-600	400	-600	400	0	0	0
5.	Recarga	+2	402	+2	402	2,0	402	0	0	0
6.	Descarga	-202	200	-202	200	-202	200	0	0	0
7.	Desviador	+300	500	0	200	100	300	300	300	0
8.	Descarga desv.	-3	497	0	200	-1	299	-3,0	297	0
9.	Desviador	+103	600	0	200	34,3	333,3	103	400	0
10.	Descarga desv.	-200	400	0	200	-66,7	266,7	-200	200	0
11.	Desviador	+400	800	0	200	133,3	400	400	600	0

Tabla 4.10. Fases del análisis D-mf-Triax-2

En la *Figura 4.41* se muestran las curvas $p' - \epsilon_v$ de la Fase 1 a la Fase 7 del ensayo D-mf-Triax, D-mf-Triax-2 y D-mf-TriaxHS, con el objetivo de comparar los resultados.

Durante la fase de consolidación isotrópica de los ensayos triaxiales numéricos, el denominado pseudo-módulo volumétrico elástico secante $\bar{K}_s(\gamma_{HIST})$ adoptado en el modelo HS-S, teóricamente no degrada, puesto que durante dicha fase no se generan deformaciones desviadoras. Ello implica que el comportamiento observado en las curvas $p' - \epsilon_v$ de los ensayos D-mf-Triax y D-mf-Triax 2 de la *Figura 4.41*, no será el mismo que el de las curvas de los ensayos edométricos numéricos, donde sí existe una degradación de $M = K + (4/3)G$. Efectivamente, este hecho se confirma al comprobarse que, en las curvas de la *Figura 4.41* se ha generado una rigidización del material causada por una reversión de deformación, sin posterior degradación.

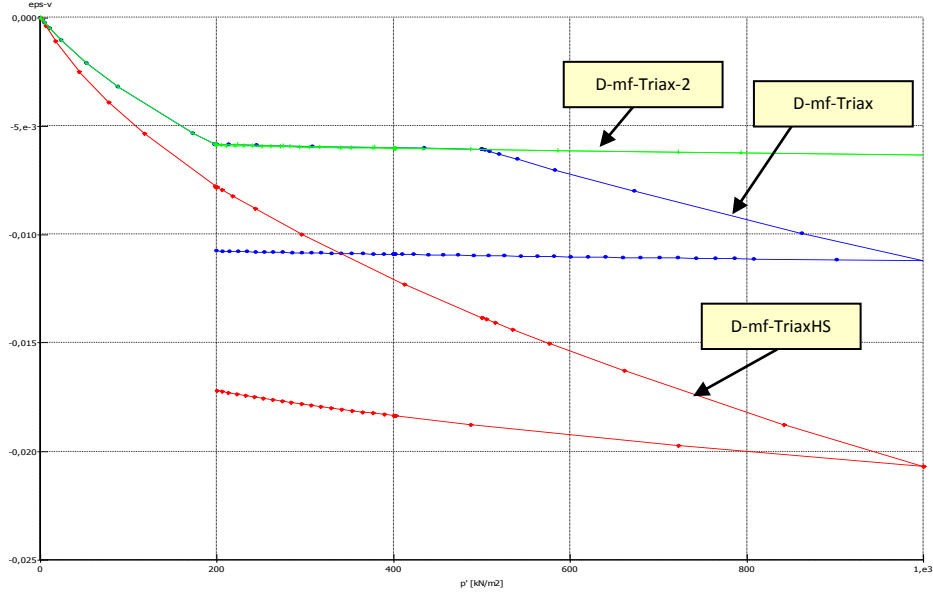


Figura 4.41. Curva $p' - \epsilon_v$, Fase 1 a 7 (consolidación isótropa), de los ensayos D-mf-Triax y D-mf-Triax-2 (Modelo HS-SS) y D-mf-TriaxHS (Modelo HS). Plaxis v9.

En la Figura 4.41 se observa cómo, tras realizarse una pequeña descarga isótropa en la Fase 2 (que en ningún momento genera deformaciones desviadoras), el modelo pasa a adoptar una rigidez similar a la de la rama elástica en descarga. Esta nueva rigidez no varía hasta que se define una nueva fase de cálculo, independientemente de que esta nueva fase sea de carga, descarga o se trate de una fase neutra. En el ensayo D-mf-Triax y D-mf-Triax-2, la mencionada nueva fase de cálculo es la Fase 4. No obstante, mientras en el ensayo D-mf-Triax se alcanza $p'=500\text{kPa}$ al iniciarse dicha fase, en el ensayo D-mf-Triax2 se alcanza $p'=1000\text{kPa}$. Como se puede ver, ello provoca una bifurcación en los resultados. De todo esto se deduce que la magnitud de la inconsistencia depende del número de fases de cálculo.

De todo lo anterior, se deduce que la rigidez en el modelo SSOM depende de cómo se definan las fases de cálculo, independientemente del tipo que sean (fases de carga/descarga/recarga, fases de consolidación, etc.). Como se ve en la Figura 4.41, esto no sucede con el modelo HS.

Para comprobar que, efectivamente, el pseudo-módulo volumétrico elástico secante \bar{K}_s no degrada durante las fases de consolidación isótropa, se ha realizado una nueva simulación del ensayo D-mf-Triax, pero adoptando, en este caso, un valor de $\gamma_{0,7}$ del doble respecto al adoptado en el ensayo D-mf-Triax. Este nuevo ensayo se denomina D-mf-Triax-2g, y la curva $p' - \epsilon_v$ resultante se muestra en la Figura 4.42, superpuesta a la curva $p' - \epsilon_v$ del ensayo D-mf-Triax.

Efectivamente, si $\bar{K}_s = \bar{K}_s(G_s(\gamma_{HIST}), v_{ur})$ degradara durante la fase de consolidación isótropa, las curvas $p' - \epsilon_v$ resultantes de los dos ensayos, no coincidirían, al tener curvas de degradación elásticas diferentes. Y como se puede ver, ambas curvas son coincidentes.

En cuanto a la fase desviadora correspondiente al ensayo D-mf-Triax (Figura 4.43), y en la correspondiente al ensayo D-mf-Triax-2g (Figura 4.44), se puede ver como la descarga durante la fase de aplicación del desviador, se ha producido una rigidización del material con una posterior degradación.

Se han comprobado los puntos plásticos de la malla, y se confirma que las reversiones generadas por una pequeña descarga controlada durante la aplicación del desviador confirman las inconsistencias sobre la superficie de fluencia f^s .

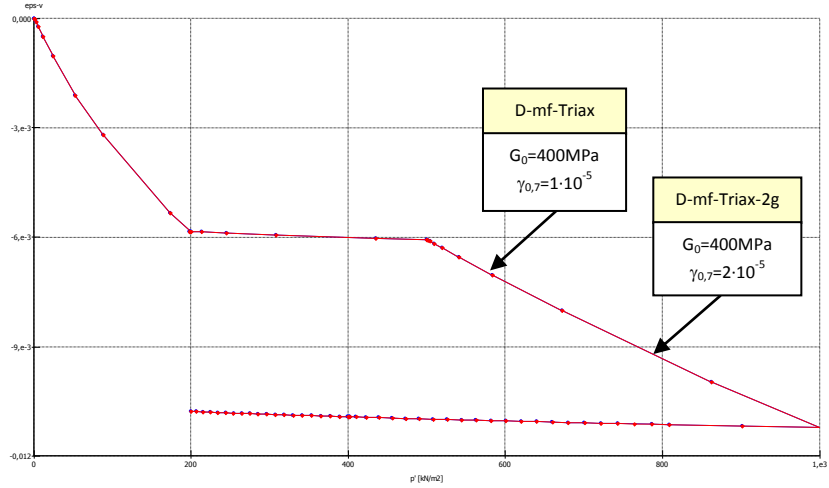


Figura 4.42. Curva $p' - \epsilon_v$, Fase 1 a 7 (consolidación isotrópica), de los ensayos D-mf-Triax (con $\gamma_{0,7}$) y D-mf-Triax-2g (con $2 \gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.

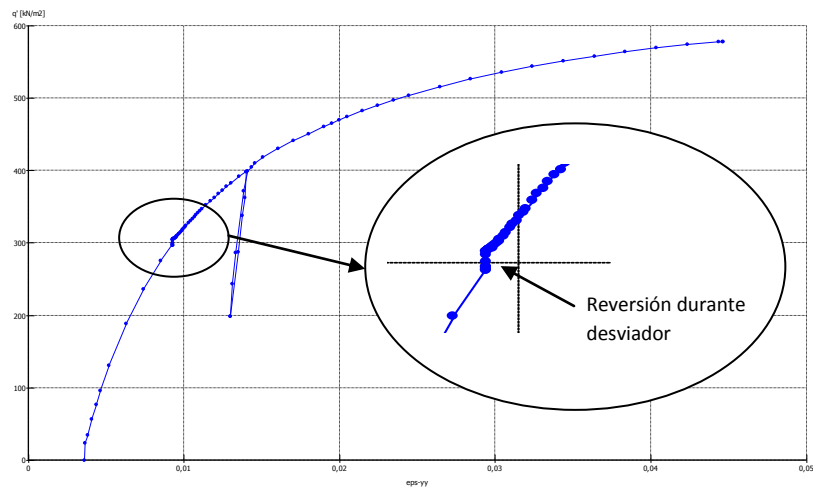


Figura 4.43. Curva $\epsilon_{yy} - q'$, Fase 8 a Fase 12 (desviador), del ensayo D-mf-Triax (con $\gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.

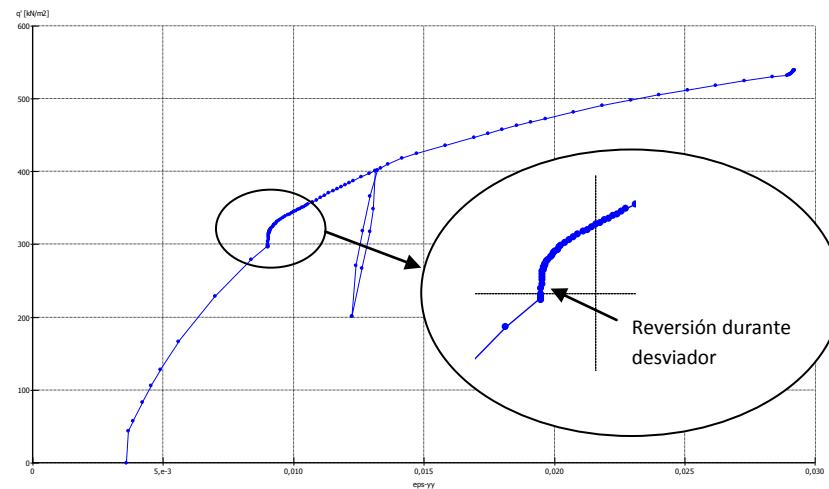


Figura 4.44. Curva $\epsilon_{yy} - q'$, Fase 7 a 12 (desviador), del ensayo D-mf-Triax-2g (con $2 \gamma_{0,7}$). Modelo HS-SS. Plaxis v9.

4.5. Clasificación de las inconsistencias del modelo SSOM y HS-SS

A continuación se enumeran las principales inconsistencias detectadas en el modelo HS-SS (Figura 4.45).

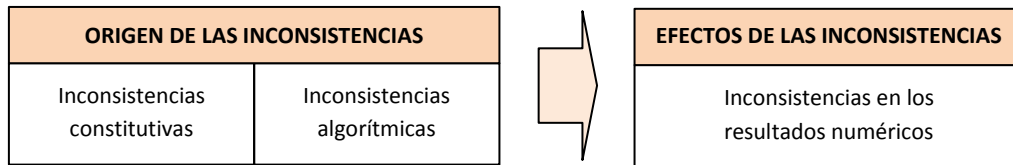


Figura 4.45. Diagrama de inconsistencias detectadas.

1) ORIGEN:

i. Inconsistencias constitutivas (modelo SSOM)

- Inconsistencias en la reproducción del comportamiento no lineal del suelo.
 - a) Degradación del pseudo-módulo volumétrico con γ_{HIST} , que puede dar lugar a la generación de energía en ciclos cerrados, por un incumplimiento de los principios termodinámicos.
 - b) Alteración de los valores de la rigidez volumétrica y de la rigidez al corte debido al efecto de los términos $-\frac{2}{3}(G_t - G_s)\mathbf{1}\otimes\mathbf{1}$ y $2(G_t - G_s)\mathbb{I}$ en el tensor de rigidez elástico tangente, y a no considerar el término $\frac{4}{3}\frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2}\mathbf{e}\otimes\mathbf{e}$.
 - c) La doble no linealidad $G_0 = G_0(\gamma_{HIST}, \sigma_3)$ no es tratada adecuadamente en la deducción teórica de las expresiones del modelo.
- Inconsistencias en la reproducción del comportamiento histerético del suelo.
 - a) Incumplimiento en la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas. Ello puede dar lugar a un incumplimiento de los principios termodinámicos, y no permite reproducir el comportamiento histerético del terreno bajo la acción de cargas cíclicas asimétricas.

ii. Inconsistencias algorítmicas (modelo SSOM)

Uno de las principales causas de las inconsistencias detectadas es el criterio utilizado en el algoritmo del modelo SSOM para definir los puntos de reversión. Dicho criterio depende únicamente de $\text{sign}\left(\lambda_{S_i}^k((H_S^k)_{ii} - 1)\right)$, $i = 1, 2, 3$, muy sensible a oscilaciones numéricas.

2) EFECTO DE LAS INCONSISTENCIAS:

Resultados numéricos (modelo HS-SS)

- Oscilaciones no controladas de origen numérico.
 - a) Reversiones generadas por oscilaciones no controladas de origen numérico en la deformación, durante fases de consolidación.
 - b) Reversiones generadas por inversiones no controladas de origen numérico de la deformación, durante fases de carga nula o en cambios de fases de cálculo.
- Reversiones inducidas controladas.
 - a) Reversiones debidas a pequeñas descargas/recargas controladas durante trayectorias de carga o recarga/descarga.

Capítulo 5

Retracción por desecación. Problema hidromecánico en suelos parcialmente saturados.

Tal y como se ha explicado en el Capítulo 1, la retracción del suelo por desecación podría explicar el comportamiento observado en las capas superficiales de terreno en la excavación de La Sagrera.

Se introduce a continuación el marco teórico para la modelación del comportamiento mecánico de suelos parcialmente saturados, que se utilizará posteriormente en las simulaciones numéricas de la excavación de La Sagrera del Capítulo 6.

5.1 Introducción

Los suelos parcialmente saturados se caracterizan por tener $Sr = V_w/V_p < 1$, siendo Sr el grado de saturación del suelo, V_w el volumen de agua en los poros y V_p el volumen de poros. En estas condiciones, el suelo trabaja como un sistema trifásico.

Según Sheng (2011), la investigación de los suelos parcialmente saturados debe considerar especialmente tres aspectos que han de incorporarse en la modelación clásica de suelos saturados con el objetivo de reproducir el comportamiento del terreno en un estado no saturado:

- 1) Cambio de volumen del suelo con variaciones del grado de saturación o de la succión.
- 2) Variación de los límites de fluencia y de la resistencia al corte del suelo con la succión.
- 3) Comportamiento hidromecánico acoplado y efecto de la curva de retención.

La respuesta hidromecánica a la desecación de un suelo por variación de la humedad relativa del entorno, que es el caso que nos ocupa en el presente trabajo, es un claro ejemplo donde es necesario aplicar la teoría de suelos parcialmente saturados.

En el presente trabajo se considera únicamente el flujo de agua líquida entre poros, dejando el margen el flujo de agua en estado gaseoso.

5.2 Formulación y modelos históricos

Se introducen a continuación las ecuaciones de conservación-balance del problema hidromecánico para suelos parcialmente saturados, considerando que toda el agua se encuentra en estado líquido.

1. **Conservación de la masa**
 - 1.1. Balance del flujo de masa de suelo
 - 1.2. Balance del flujo de masa de agua
2. **Balance del momento lineal y angular**
3. **Ecuaciones constitutivas**
 - 3.1. Ecuación constitutiva mecánica
 - 3.2. Ecuación constitutiva hidráulica

Adicionalmente, se hace un repaso de las variables constitutivas utilizadas en las ecuaciones constitutivas, que deben ser capaces de describir completamente el comportamiento del terreno en un estado no saturado. Se introducen también varios modelos históricos.

5.2.1 Ecuaciones de conservación-balance para suelos parcialmente saturados

5.2.1.1 Conservación de la masa

5.2.1.1.1 Balance del flujo de masa de suelo

La ecuación del balance de flujo de masa de suelo, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho_s(1-n))}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s(1-n)\mathbf{\dot{u}}) = 0 \quad (5.1)$$

Donde en (5.1) ρ_s es la densidad de las partículas sólidas, n es la porosidad y $\mathbf{\dot{u}}$ la velocidad de las partículas sólidas durante la deformación.

El primer término en (5.1) se corresponde con la variación temporal de la masa de suelo, y el segundo término se corresponde con la variación espacial del flujo másico de suelo.

Considerando $\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0$ (densidad de las partículas sólidas constante), y teniendo en cuenta que $\nabla \cdot \mathbf{\dot{u}} = -\frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t}$, se puede reescribir (5.1) como:

$$\frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t} = \frac{-1}{1-n} \frac{\partial n}{\partial t} \quad (5.2)$$

5.2.1.1.2 Balance del flujo de masa de agua

La ecuación del balance de flujo de agua en un suelo parcialmente saturado, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho_w n S r)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w n S r \dot{\mathbf{u}} + \rho_w \mathbf{q}) = f \quad (5.3)$$

Donde en (5.3) ρ_w es la densidad del agua, n es la porosidad, $Sr = V_w/V_p$ es el grado de saturación, $\dot{\mathbf{u}}$ es la velocidad de las partículas sólidas durante la deformación, $\mathbf{q} = n \mathbf{v}_w^{rel}$ es la velocidad del agua a través de los poros respecto a las partículas sólidas de suelo, y f es un término fuente.

El primer término en (5.3) se corresponde con la variación temporal de la masa de agua, y el segundo término se corresponde con la variación espacial del flujo de agua advectivo generado por la deformación del suelo y por el movimiento del agua.

Considerando $\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = 0$ (densidad de las partículas sólidas constante), y teniendo en cuenta que $\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = -\frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t}$, se puede reescribir (5.3) como:

$$\rho_w S r \frac{\partial n}{\partial t} + \rho_w n \frac{\partial S r}{\partial t} - \rho_w n S r \frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t} + \rho_w \nabla \cdot \mathbf{q} = f \quad (5.4)$$

Combinando (5.4) con (5.2) se obtiene:

$$-\rho_w S r \frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t} + \rho_w n \frac{\partial S r}{\partial t} + \rho_w \nabla \cdot \mathbf{q} = f \quad (5.5)$$

5.2.1.2 Balance del momento lineal y angular del suelo

La ecuación del balance del momento lineal se puede expresar de la siguiente manera (sin considerar efectos dinámicos):

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (5.6)$$

Donde en (5.6) $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones de Cauchy, y \mathbf{b} es el vector de fuerzas másicas.

Por otro lado, la ecuación de balance del momento angular lleva a la conocida condición de simetría del tensor de tensiones de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$).

5.2.2. Ecuaciones constitutivas

La mayoría de modelos actuales para suelos parcialmente saturados contemplan tres conceptos fundamentales (Gens, 2010):

- 1) Dos variables constitutivas.
- 2) La formulación de una curva de Carga-Colapso (LC) o similar.
- 3) La adopción de un modelo de referencia de suelos saturados.

Evidentemente, a medida que se incrementa la complejidad del modelo, se va introduciendo un mayor número de conceptos, como las superficies de incremento/decremento de succión, el acoplamiento hidromecánico, etc.

5.2.2.1. Ecuación constitutiva mecánica

En el estudio de suelos saturados, es habitual la utilización de una única variable constitutiva denominada tensión efectiva σ' , definida por Terzaghi como:

$$\sigma' = \sigma - u_w \mathbf{1} \quad (5.7)$$

Donde en (5.7) u_w es la presión de agua en el suelo.

En cambio, en el estudio de los suelos parcialmente saturados ha existido una larga evolución de las variables constitutivas utilizadas en su modelación, con el objetivo de mejorar la aproximación de las simulaciones al reproducir el comportamiento experimental observado.

La primera generación de modelos de suelos parcialmente saturados, empleaban una única variable constitutiva, a modo de extensión de los modelos para suelos saturados. Una de las variables constitutivas más utilizadas fue la definida por Bishop (1959):

$$\sigma^* = \sigma - u_a \mathbf{1} + \chi(u_a - u_w) \mathbf{1} \quad (5.8)$$

Donde en (5.8) u_a es la presión de aire en los poros, u_w es la presión de agua en los poros y χ es un parámetro del modelo. Generalmente, $\chi = \chi(Sr)$, siendo $\chi(1) = 1$ (suelos saturados) y $\chi(0) = 0$ (suelos secos). La dependencia de σ^* con el grado de saturación del suelo introduce un acoplamiento hidromecánico, al involucrar la variable de estado Sr en la ecuación constitutiva hidráulica y mecánica.

Otros autores trabajaron con otras variables constitutivas. Algunas de ellas, según Fredlund y Morgensten (1977) son las utilizadas por Croney et al. (1959), Lambe (1960), Aitchison (1961), Jennings (1961), Richards (1966) o Öberg y Sällfors (1997).

No obstante, el intento de describir el comportamiento del suelo parcialmente saturado con una única variable constitutiva resultó insuficiente. Burland (1964) sugirió la necesidad de utilizar dos variables constitutivas, y según Jommi (2000), no ha sido posible encontrar una única variable que, en sí misma, substituyendo el concepto de tensión efectiva en suelos saturados, haya permitido reproducir todos los aspectos del comportamiento de los suelos parcialmente saturados.

Matyas y Radhakrishna (1968) desarrollaron uno de los primeros estudios que consideraba dos variables constitutivas, dando lugar así a una segunda generación de modelos para suelos parcialmente saturados. Concretamente, utilizaron las siguientes dos variables constitutivas:

$$\bar{\sigma} = \sigma - u_a \mathbf{1} \quad (5.9)$$

$$s = u_a - u_w \quad (5.10)$$

En (5.9) $\bar{\sigma}$ es el tensor de tensión neta y en (5.10) s es la succión matricial.

Se pudo comprobar como el hecho considerar dos variables constitutivas permitía aproximar mejor los resultados experimentales.

Tal y como se puede ver, las expresiones (5.9) y (5.10) no introducen variables de estado en el problema mecánico, lo cual da lugar a un conjunto de ventajas e inconvenientes.

En Gens (1995) se establece una clasificación de algunos de los modelos para suelos parcialmente saturados más utilizados, en función del tipo de variables constitutivas utilizadas, y de si estas se hacen depender, o no, de variables de estado (concretamente del grado de saturación).

En esta clasificación, se consideran las siguientes variables constitutivas:

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma - u_a \mathbf{1} + \mu_1(s, Sr) \mathbf{1} \quad (5.11)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \mu_2(s, Sr) \quad (5.12)$$

En función de la expresión de la primera variable constitutiva, $\bar{\sigma}_1$, Gens (1995) establece la siguiente clasificación de los modelos.

- | | |
|----------|------------------------|
| Clase 1: | $\mu_1 = 0$ |
| Clase 2: | $\mu_1 = \mu_1(s)$ |
| Clase 3: | $\mu_1 = \mu_1(s, Sr)$ |

Gens (2010) destaca las ventajas e inconvenientes de cada clase de modelo, y enumera varios modelos históricos que pueden incluirse en cada una.

Clase 1 [$\mu_1 = 0$]

Ventajas e inconvenientes:

- 1) Representación sencilla de las trayectorias de tensiones.
- 2) Variables constitutivas independientes del estado del material, es decir, de las variables de estado.
- 3) Variables constitutivas independientes entre ellas (salvo por la presión de aire).
- 4) Continuidad no asegurada de las variables constitutivas y del comportamiento del suelo en la transición entre suelo saturado y no saturado.
- 5) Desacoplamiento entre la componente mecánica e hidráulica del modelo.
- 6) Se requiere una función independiente para modelizar el incremento de la resistencia al corte con la succión.

Modelos históricos:

Alonso et al. (1990), Gens y Alonso (1992), Josa et al. (1992), Wheeler y Sivakumar (1993, 1995), Cui et al. (1995), Cui y Delage (1996), Alonso et al. (1999), Vaunat et al. (2000), Rampino et al. (2000), Chiu y Ng (2003), Georgiadis et al. (2003), Sánchez et al. (2005), Thu et al. (2007) y Sheng et al. (2008).

Clase 2 [$\mu_1 = \mu_1(s)$]

Ventajas e inconvenientes:

- 1) Representación complicada de las trayectorias de tensiones.
- 2) Variables constitutivas independientes del estado del material, es decir, de las variables de estado.
- 3) Variables constitutivas ligadas por la succión.
- 4) Continuidad no asegurada de las variables constitutivas y del comportamiento del suelo en la transición entre suelo saturado y no saturado.
- 5) Desacoplamiento entre la componente mecánica e hidráulica del modelo.
- 6) El incremento de la resistencia al corte con la succión es consecuencia de la elección de las variables constitutivas.

Modelos conocidos:

Kohgo et al. (1993), Modaressi y Abou-Bekr (1994), Pakzad (1995), Modaressi et al. (1996), Geiser et al. (2000), Loret y Khalili (2000, 2002), Laloui et al. (2001), Sun et al. (2003), Russell y Khalili (2006) y Masin y Khalili (2008).

Clase 3 [$\mu_1 = \mu_1(s, Sr)$]

Ventajas e inconvenientes:

- 1) Representación complicada y a veces imposible de las trayectorias de tensiones.
- 2) Variables constitutivas incorporan la variable de estado grado de saturación (Sr).
- 3) Variables constitutivas ligadas por la succión y/o el grado de saturación.
- 4) Continuidad asegurada de las variables constitutivas y del comportamiento del suelo en la transición entre suelo saturado y no saturado.
- 5) Acoplamiento entre la componente mecánica e hidráulica del modelo.
- 6) El incremento de la resistencia al corte con la succión es consecuencia de la elección de las variables constitutivas.
- 7) El comportamiento resistente y elástico pueden unificarse con una selección adecuada de las variables constitutivas.

Modelos conocidos:

Jommi y di Prisco (1994), Bolzon et al. (1996), Jommi (2000), Wheeler et al. (2003), Gallipoli et al. (2003), Sheng et al. (2004), Tamagnini (2004), Laloui y Nuth (2005), Pereira et al. (2005), Oka et al. (2006), Santagiuliana y Schrefler (2006), Sun et al. (2007a, 2007b), Kohler y Hofstetter (2008) y Buscarnera y Nova (2009).

Respecto a los modelos incluidos en la Clase 3, debe mencionarse que el grado de saturación no puede ser controlado en ensayos de laboratorio, dificultando, por tanto, su estudio experimental.

Por otro lado, según Zhang y Lytton (2009a, 2009b), la utilización de las curvas de retención habituales en los modelos de Clase 3, con acoplamiento hidromecánico, puede dar lugar a inconsistencias, debido a que las deformaciones volumétricas irreversibles no quedan sincronizadas con los cambios de

saturación irreversibles. Según Sheng y Zhou (2011b), ello se debe al hecho que las curvas de retención se definen a volúmen constante. Una posible solución a este problema, como expone Zhou (2011), es obtener la curva de retención a tensión constante en vez de a volumen constante.

Houlsby (1997) proporciona un criterio termodinámico para seleccionar las variables constitutivas a utilizar en el modelo. Houlsby destaca la necesidad de escoger variables constitutivas conjugadas a las variables de estado (índice de poros y grado de saturación), para el cálculo del incremento de trabajo mecánico.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, la ecuación constitutiva habitualmente utilizada en los modelos de suelos parcialmente saturados, sin tener en cuenta otras acciones ambientales, y considerando $d\bar{\sigma}_2 = s$ se puede expresar como:

$$d\bar{\sigma}_1 = E_t(\mathbf{r}, s): d\boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{h}(\mathbf{r}, s)ds \quad (5.13)$$

Como se puede ver, el incremento de la variable constitutiva $d\bar{\sigma}_1$ se puede dividir en dos partes:

- 1) El término $E_t(\mathbf{r}, s): d\boldsymbol{\epsilon}$ representa la variación de la variable constitutiva $d\bar{\sigma}_1$ generada por la variación de la deformación ($d\boldsymbol{\epsilon}$) a succión constante ($ds = 0$). El tensor de rigidez $E_t(\mathbf{r}, s)$ depende por un lado de \mathbf{r} , que incluye variables de tipo mecánico, como las de los modelos elásticos no lineales, paraelásticos o hipoplásticos vistos en los Capítulos 2, 3 y 4, y por otro lado depende de la succión s .
- 2) El término $\mathbf{h}(\mathbf{r}, s)ds$ representa la variación de la variable constitutiva $d\bar{\sigma}_1$ generada por la variación de la succión (ds) a deformación constante ($d\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{0}$). El vector $\mathbf{h}(\mathbf{r}, s)$, de forma general, se hace depender de \mathbf{r} y de s .

5.2.2.2. Ecuación constitutiva hidráulica. Ley de Darcy, modelo de Van Genuchten (1980) y ley generalizada para k_{rw}

En suelos parcialmente saturados, es habitual utilizar la Ley de Darcy para obtener el flujo advectivo del agua, haciendo depender el tensor de conductividad hidráulica del grado de saturación del suelo.

Considerando que el único fluido presente en el suelo es el agua, se tiene:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K}_w \cdot \nabla h = -\frac{\mathbf{k}_w k_{rw}}{(\mu_w/\rho_w)} \cdot \nabla \left(\frac{u_w}{\rho_w} + z \right) \quad (5.14)$$

Donde en (5.14) $\mathbf{K}_w = \mathbf{K}_w(Sr) = \frac{\mathbf{k}_w k_{rw}(Sr)}{(\mu_w/\rho_w)}$ es el tensor de conductividad hidráulica, que depende del grado de saturación Sr , \mathbf{k}_w es el tensor de permeabilidad intrínseca, $k_{rw} = k_{rw}(Sr)$ es el valor de la permeabilidad relativa del agua función del grado de saturación Sr , ρ_w es la densidad del agua, μ_w es la viscosidad dinámica del agua y $h = \frac{u_w}{\rho_w} + z$ es la altura piezométrica.

Varios autores han propuesto diferentes expresiones para k_{rw} . Una de ellas es la propuesta por Van Genuchten (1980), donde, para calcular k_{rw} se utiliza la ecuación (5.15) de Mualem (1976).

$$k_{rw} = \theta^{1/2} \left(\frac{\int_0^\theta (h(x))^{-1} dx}{\int_0^1 (h(x))^{-1} dx} \right)^2 \quad (5.15)$$

$$\theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{Sr - Sr_r}{Sr_s - Sr_r} \quad (5.16)$$

En (5.15) y (5.16), θ es la saturación efectiva (que puede calcularse a partir de la humedad θ o del grado de saturación Sr del suelo, teniendo en cuenta la relación $Sr = \theta \gamma_s / e \gamma_w$), θ_r y Sr_r son respectivamente la humedad residual y el grado de saturación residual del suelo, y θ_s y Sr_s son respectivamente la humedad máxima y el grado de saturación máximo del suelo

Van Genuchten (1980) propone la expresión (5.17) para θ (Figura 5.1a):

$$\theta = \left(\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right)^m \quad (5.17)$$

Donde en (5.17), α es un parámetro relacionado con el valor de entrada de aire en el suelo, y m y n son parámetros relacionados por la expresión $m = 1 - 1/n$ (condición necesaria para poder integrar analíticamente la expresión (5.15)).

Substituyendo $h = h(\theta)$ en (5.17) e integrando el resultado en (5.15), se obtiene la siguiente expresión de k_{rw} (Figura 5.1b), según el modelo de Van Genuchten:

$$k_{rw} = \theta^{1/2} (1 - (1 - \theta^{1/m})^m)^2 \quad (5.18)$$

Otra expresión habitualmente utilizada para expresar $k_{rw} = k_{rw}(Sr)$, es la ley generalizada (5.19):

$$k_{rw} = A \theta^{\bar{m}} \quad (5.19)$$

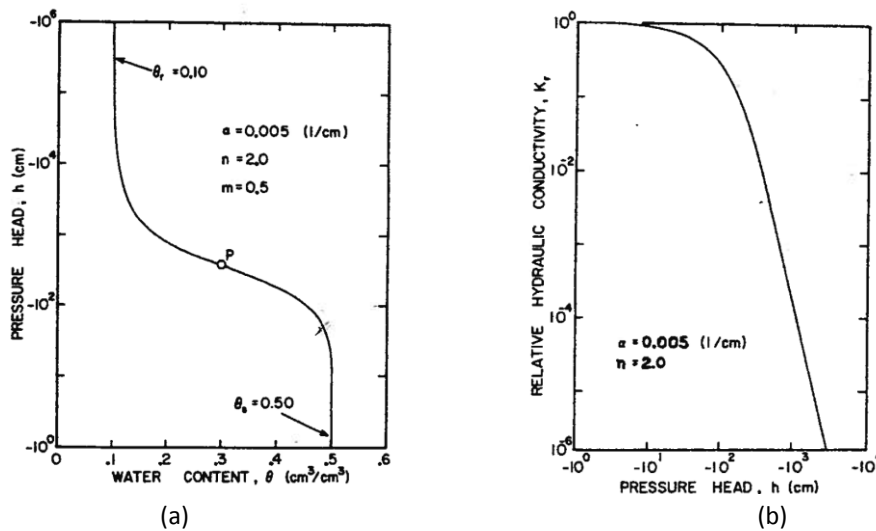


Figura 5.1. (a) Curva de retención $h = h(\theta)$,
(b) Variación de la conductividad hidráulica $K_w(h)$ con altura piezométrica (Van Genuchten, 1980).

5.3. Ecuación psicrométrica y condiciones de contorno hidráulicas

Como se ha comentado anteriormente, con el objetivo de reproducir numéricamente las medidas obtenidas en los extensómetros instalados en la excavación de La Sagrera, se estudiará el efecto de desecación del suelo durante las fases de excavación.

Dicha desecación se produce por una modificación de las condiciones de contorno hidráulicas. Para su simulación, se impondrá, sobre el contorno superior del terreno excavado, una determinada succión, obtenida a partir de la humedad relativa atmosférica, de acuerdo a la ecuación psicrométrica (5.20). Al imponer una succión, únicamente se analiza el caso estacionario, que se considera suficiente para los objetivos del presente trabajo.

$$s = \frac{-RT\rho_w}{M_w} \ln(HR) \quad (5.20)$$

En (5.20), s es la succión total (suma de la succión matricial y osmótica), $R = 8,314 \cdot 10^{-3} J/K \cdot mol$ es la constante universal de los gases ideales, T es la temperatura absoluta, ρ_w es la densidad del agua, $M_w = 0,018 kg/mol$ es la masa molecular del agua y $HR = \frac{u_v}{u_{v0}}$ es la humedad relativa (u_v es la presión parcial de vapor de agua a T y u_{v0} es la presión de saturación del vapor de agua en equilibrio con una superficie plana de agua pura).

5.4. Modelo BBM de Alonso et al. (1990)

Se introduce a continuación el modelo "Barcelona Basic Model" (BBM) según Alonso et al. (1990), formulado en condiciones triaxiales de tensiones. En Alonso (1993) se puede encontrar la generalización del modelo a un estado multiaxial de tensiones.

El modelo BBM es un modelo elastoplástico completo de segunda generación, pionero en el estudio de suelos parcialmente saturados. Dicho modelo desarrolla un marco teórico que posteriormente adoptarán otros modelos. Para mayor detalle, se aconseja consultar Alonso et al. (1990) y Josa (1988).

El modelo BBM se utiliza en el Capítulo 6 del presente trabajo para simular la retracción por desecación del terreno en la excavación de La Sagrera.

5.4.1. Formulación

El modelo BBM es un modelo de segunda generación de Clase 1, con lo que utiliza dos variables constitutivas con $\mu_1 = 0$. Las dos variables constitutivas del modelo son la tensión neta ($\bar{\sigma}$) y la succión (s).

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma} = \sigma - u_a \mathbf{1} \quad (5.21)$$

$$\bar{\sigma}_2 = s = u_a - u_w \quad (5.22)$$

5.4.1.1. Formulación isótropa

Las ecuaciones del modelo que reproducen el comportamiento volumétrico del terreno, bajo variaciones de carga y/o succión, son las siguientes:

$$v = N(s) - \lambda(s) \ln\left(\frac{\bar{p}}{\bar{p}^c}\right) \quad (5.23)$$

$$\lambda(s) = \lambda(0)((1-r)\exp(-\beta s) + r) \quad (5.24)$$

Donde en (5.23) y (5.24), $v = 1 + e$ es el volumen específico, $\bar{p} = tr(\bar{\sigma})/3$ es la tensión neta media, $N(s)$ es el volumen específico para $\bar{p} = \bar{p}^c$, $\lambda(s)$ es la rigidez ante cambios de tensión neta media, \bar{p}^c es una tensión de referencia, relacionada con los límites de hinchamiento y colapso del suelo, r es un parámetro que define la máxima rigidez del suelo y β es un parámetro que controla la variación del incremento de rigidez del suelo con la succión.

Componente de deformación volumétrica elástica

$$d\epsilon_{vp}^e = -\frac{\kappa}{v} \frac{d\bar{p}}{\bar{p}} \quad [\bar{p} < \bar{p}_0] \quad (5.25)$$

$$d\epsilon_{vs}^e = -\frac{\kappa_s}{v} \frac{ds}{s + u_a} \quad [s < s_0] \quad (5.26)$$

Donde en (5.25) y (5.26), $d\epsilon_{vp}^e$ es la variación de deformación volumétrica elástica por variaciones de la tensión neta media \bar{p} , κ es la rigidez elástica para cambios de la tensión neta media \bar{p} , que se asume independiente del valor de la succión, \bar{p}_0 es la presión de preconsolidación para una determinada succión, $d\epsilon_{vs}^e$ es la variación de la deformación volumétrica elástica por variaciones de succión s , κ_s es la rigidez elástica para cambios de succión s y s_0 es el parámetro de endurecimiento de la superficie de fluencia asociada a incrementos de succión.

Componente de deformación volumétrica total

Se define en el plano $\bar{p} - s$, la superficie de fluencia LC (Loading - Colapse) y la superficie de fluencia SI (Suction - Increase). La primera controla parte de las deformaciones plásticas asociadas a variaciones de \bar{p} y s , y la segunda controla parte de las deformaciones plásticas asociadas a s . Las deformaciones totales asociadas a la activación de cada una de estas superficies son las siguientes:

$$d\epsilon_{vp} = -\frac{\lambda(s)}{v} \frac{d\bar{p}_0}{\bar{p}_0} \quad [\bar{p} = \bar{p}_0] \quad (5.27)$$

$$d\epsilon_{vs} = -\frac{\lambda_s}{v} \frac{ds_0}{s_0 + u_a} \quad [s = s_0] \quad (5.28)$$

Donde en (5.27) y (5.28), $d\epsilon_{vp}$ es la variación de deformación volumétrica por variaciones de la presión de preconsolidación \bar{p}_0 , $d\epsilon_{vs}$ es la variación de la deformación volumétrica por variaciones de succión s y λ_s es la rigidez para variaciones del parámetro de endurecimiento s_0 .

Combinando las expresiones anteriores, se puede obtener la ecuación de la curva LC:

$$\frac{\bar{p}_0(\bar{p}_0^*, s)}{\bar{p}_c} = \left(\frac{\bar{p}_0^*}{\bar{p}_c} \right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}} \quad (5.29)$$

Donde en (5.29), \bar{p}_0^* es la presión de preconsolidación para una succión nula $s = 0$.

Por otro lado, se propone la siguiente expresión para la curva SI, que se asume independiente de \bar{p} :

$$s = s_0 \quad (5.30)$$

En la Figura 5.2 y 5.3 se muestran trayectorias del modelo BBM bajo cargas isotrópicas.

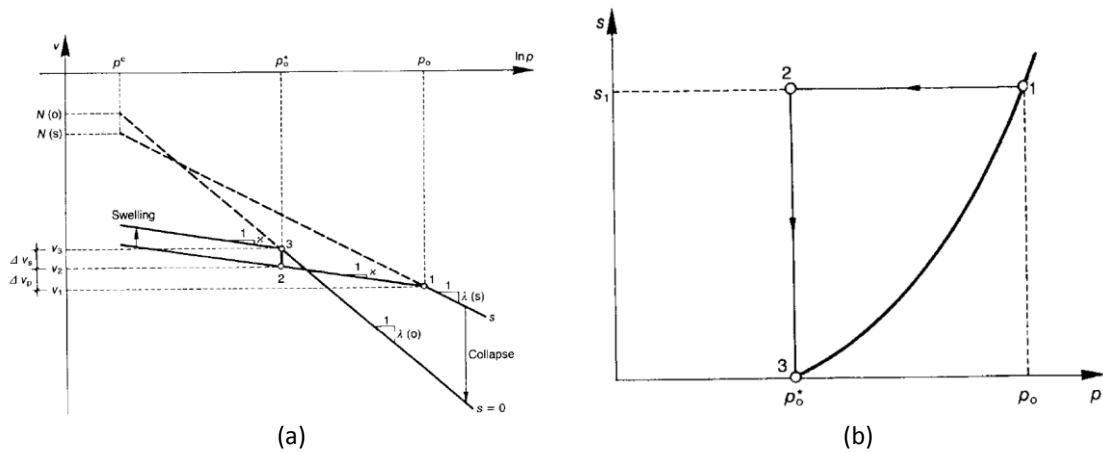


Figura 5.2. (a) Curvas de compresión de un suelo saturado y parcialmente saturado en plano $v - \ln(\bar{p})$, (b) Trayectorias de tensiones y superficie LC en plano $s - \bar{p}$ (Alonso et al., 1990).

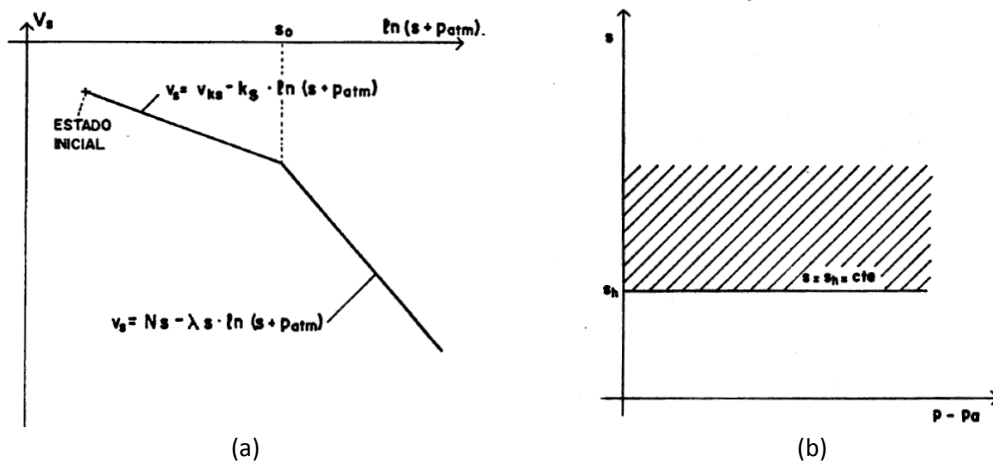


Figura 5.3. (a) Curvas de secado-mojado en plano $v - \ln(s + u_a)$, (b) Superficie SI en plano $s - \bar{p}$ (Josa, 1988).

Leves de endurecimiento

Las leyes de endurecimiento de LC y SI se expresan como sigue:

$$\frac{d\bar{p}_0^*}{\bar{p}_0^*} = -\frac{v}{\lambda(0) - \kappa} d\epsilon_{vp}^p \quad [\bar{p} = \bar{p}_0] \quad (5.31)$$

$$\frac{ds_0}{s_0 + u_a} = -\frac{v}{\lambda_s - \kappa_s} d\epsilon_{vs}^p \quad [s = s_0] \quad (5.32)$$

5.4.1.2. Formulación desviadora

Para introducir el comportamiento desviador, el modelo BBM se basa en los modelos elastoplásticos de estado crítico. Concretamente, utiliza la formulación del modelo Cam-Clay modificado.

Para un estado triaxial de tensiones, las ecuaciones del modelo son las siguientes:

Superficie de fluencia LC y SI en espacio $q - \bar{p} - s$

$$F_{LC} = q^2 + M^2(\bar{p} + \bar{p}_s)(\bar{p}_0 - \bar{p}) = 0 \quad (5.33)$$

$$\bar{p}_s = k_s s \quad (5.34)$$

$$F_{SI} = s - s_0 = 0 \quad (5.35)$$

Donde en (5.33), (5.34) y (5.35), $q = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2$, M es la pendiente de la línea de estado crítico, \bar{p}_s es la tracción máxima del terreno para una succión s y k_s es un parámetro que representa el incremento de la resistencia a tracción ("cohesión") con s .

En la Figura 5.4 se ilustran las superficies de fluencia LC y SI.

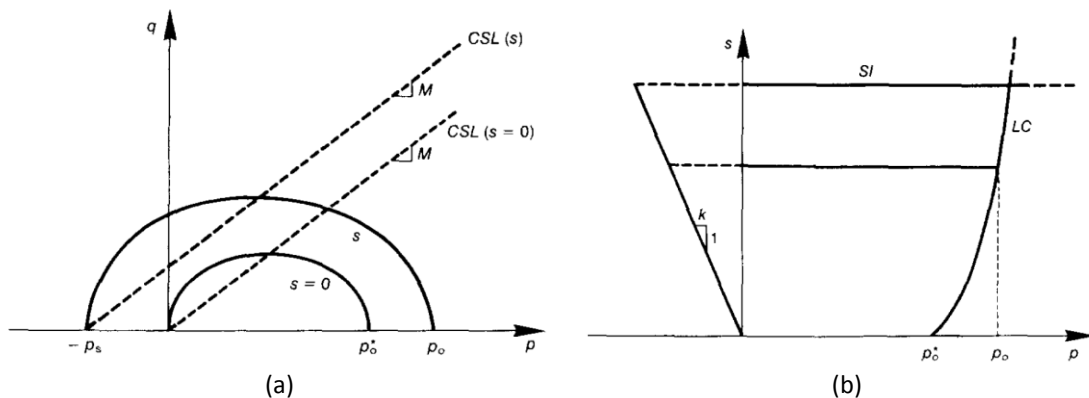


Figura 5.4. (a) Superficie LC en el plano $q - \bar{p}$, (b) Superficie LC y SI en plano $s - \bar{p}$ (Alonso et al., 1990).

Componente de deformación desviadora elástica

A las componentes de deformación volumétrica elásticas de las expresiones (5.25) y (5.26), debe añadirse la siguiente expresión, que introduce el comportamiento elástico ante desviador:

$$d\epsilon_q^e = -\frac{1}{3G} dq \quad [F < 0] \quad (5.36)$$

Donde en (5.36) $d\epsilon_q^e$ es la variación de deformación de corte elástica por variaciones de la tensión desviadora triaxial q .

Como se puede ver, el modelo BBM no considera deformación de corte elástica por variaciones de succión.

Regla de flujo plástico

$$\frac{d\epsilon_q^p}{d\epsilon_v^p} = \frac{2q\alpha}{M^2(2\bar{p} + \bar{p}_s - \bar{p}_0)} \quad [F = 0] \quad (5.37)$$

$$d\epsilon_v^p = d\epsilon_{vp}^p + d\epsilon_{vs}^p \quad (5.38)$$

Donde en (5.37), α es un parámetro que permite introducir plasticidad no asociada (Figura 5.5). Generalmente se escoge α para predecir una deformación lateral nula en trayectorias de carga tipo K_0 .

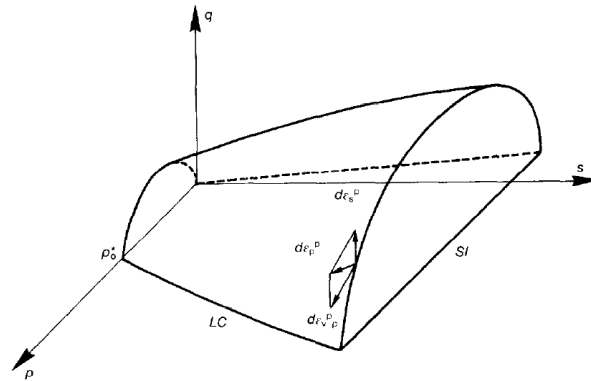


Figura 5.5. Superficies de fluencia del modelo BBM, con los vectores de deformación plástica (Alonso et al., 1990).

Deformaciones volumétricas y desviadoras totales

$$d\epsilon_v = d\epsilon_v^e + d\epsilon_v^p = d\epsilon_{vp}^e + d\epsilon_{vs}^e + d\epsilon_{vp}^p + d\epsilon_{vs}^p \quad (5.39)$$

$$d\epsilon_q = d\epsilon_q^e + d\epsilon_q^p \quad (5.40)$$

5.5. Planteamiento de la simulación del efecto de la desecación del terreno en la excavación de La Sagrera

5.5.1. Simulación numérica

En el Capítulo 6 del presente trabajo, se realiza la simulación de la desecación del terreno en la excavación de La Sagrera. Para ello, se utiliza el código de elementos finitos Code bright.

El modelo constitutivo mecánico utilizado es el BBM. Por otro lado, el modelo constitutivo hidráulico utilizado considera la Ley de Darcy, el modelo de Van Genuchten para la curva de retención y la ley generalizada para introducir la dependencia de la permeabilidad intrínseca con el grado de saturación.

El objetivo de esta simulación es estudiar el orden de magnitud de las deformaciones del terreno generadas por la desecación. Para ello, se considera suficiente analizar únicamente el caso estacionario.

La utilización del modelo BBM en el análisis de un problema estacionario conlleva a un desacoplamiento total entre el problema mecánico e hidráulico.

En la simulación, se toma como dominio una columna de tierras de la excavación. A pesar de que la columna tendrá dos dimensiones en la simulación con Code bright, el problema físico es predominantemente 1D-(z).

Suponiendo esta única dimensión, las ecuaciones del problema se reducen a las siguientes:

Problema hidráulico:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k_{rw}(Sr(z)) \frac{\partial}{\partial z} (h(z)) \right) = 0 \quad (5.41)$$

$$k_{rw} = A \left(\frac{Sr(z) - Sr_r}{Sr_s - Sr_r} \right)^{\bar{m}} \quad (5.42)$$

$$Sr(z) = Sr_r + (Sr_s - Sr_r) \left(\frac{1}{1 + (\alpha h(z))^n} \right)^m \quad (5.43)$$

Resolviendo el problema hidráulico, se puede obtener $Sr(z)$, $h(z)$ y $s(z)$.

Problema mecánico:

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \quad (5.44)$$

$$d\bar{\sigma}_1 = E_t(r, s): d\epsilon + h(r, s)ds \quad (5.45)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma} = \sigma - u_a \mathbf{1} \quad (5.46)$$

Resolviendo el problema mecánico, se puede obtener $u_z(z)$ y $\sigma(z)$, $\epsilon(z)$.

El objetivo de la simulación con Code bright es cuantificar, de forma aproximada, las deformaciones generadas por la desecación del terreno, y no por la descarga de terreno durante la excavación.

Los efectos mecánicos de la descarga del terreno se simulan en el Capítulo 6 mediante el modelo HS-SS de Plaxis, como se ha expuesto en capítulos anteriores.

Para evitar mezclar estos dos componentes de la deformación, en la simulación con Code bright no se considerará la descarga de terreno, sino que únicamente se simulará la variación de la succión a través de las condiciones de contorno hidráulicas.

5.6. Aproximación analítica de las deformaciones por desecación

De forma paralela al análisis numérico, se calcula analíticamente una aproximación de la deformación por desecación, asumiendo que esta es elástica, con el objetivo de contrastar los resultados numéricos obtenidos.

$$\int_{(\epsilon_{vs}^e)_0}^{(\epsilon_{vs}^e)_f} d\epsilon_{vs}^e = - \int_{s_0(z)}^{s_f(z)} \frac{\kappa_s}{v} \frac{ds}{s(z) + u_a} \quad (5.47)$$

$$\Delta\epsilon_{vs}^e(z) = - \frac{\kappa_s}{v} \ln \left(\frac{s_f(z) + u_a}{s_0(z) + u_a} \right) \quad (5.48)$$

Donde en (5.47) y (5.48) se ha asumido $v = cte$, si bien, $v = 1 + e(\epsilon_v)$.

$$\Delta u_{vs}^e = \int_{z_0}^{z_f} \Delta\epsilon_{vs}^e(z) dz = - \int_{z_0}^{z_f} \frac{\kappa_s}{v} \ln \left(\frac{s_f(z) + u_a}{s_0(z) + u_a} \right) dz \quad (5.49)$$

Aplicando el Teorema del Valor Medio Integral sobre (5.49), asumiendo $\Delta\epsilon_{vs}^e(z) \in \mathcal{C}^k[z_0, z_f]$, con $k \geq 1$, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Delta u_{vs}^e = - \frac{\kappa_s}{v} \ln \left(\frac{s_f(\xi) + u_a}{s_0(\xi) + u_a} \right) (z_f - z_0) \quad (5.50)$$

Donde en (5.50) $\xi \in [z_0, z_f]$.

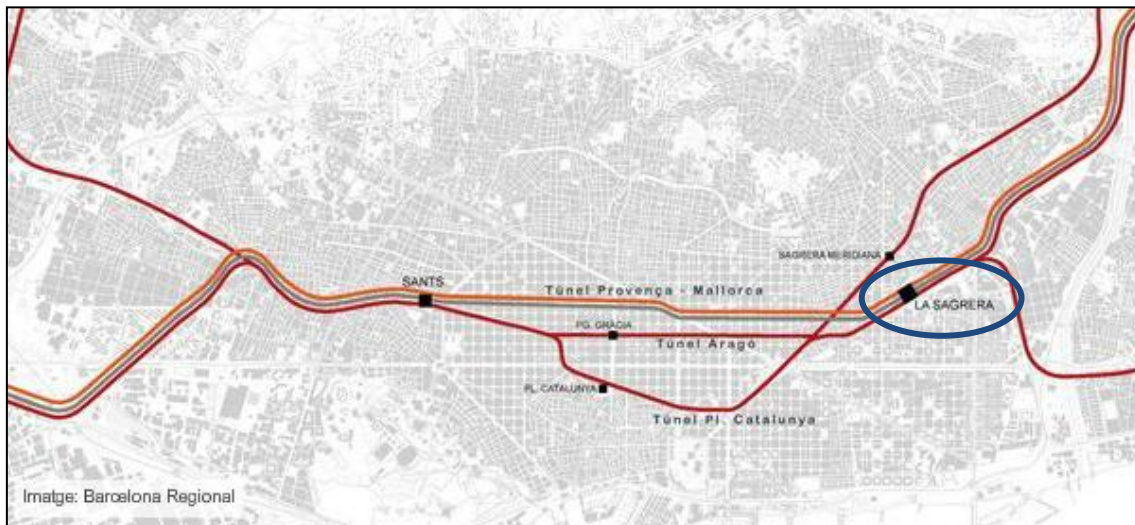
Caso Real:

Gran excavación urbana de La Sagrera (Barcelona)

6.1. La estación de La Sagrera

103

Está previsto que en dicha estación concurren servicios de AVE y TGV, trenes de media y larga distancia, trenes de cercanías, metros y autobuses interurbanos (Figura 6.2).



*Figura 6.2. Líneas de Alta Velocidad de Larga y Media Distancia y Rodalies
(Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).*

Por otro lado, la estación supondrá una importante transformación urbanística (Figura 6.3).



*Figura 6.3. Infografía de la transformación urbana asociada
a la construcción de la futura estación de La Sagrera.*

La estación se concibe como un corredor semienterrado, donde andenes, viales, aparcamientos y zona de intercambio se sitúan en diferentes niveles (Figuras 6.4).

Debe tenerse en cuenta, no obstante, que la propia evolución de la obra así como los cambios en las condiciones socioeconómicas que han tenido lugar durante los últimos años, han dado lugar a modificaciones sustanciales respecto a la solución original de proyecto, si bien dichos cambios no son relevantes para el propósito del presente trabajo.

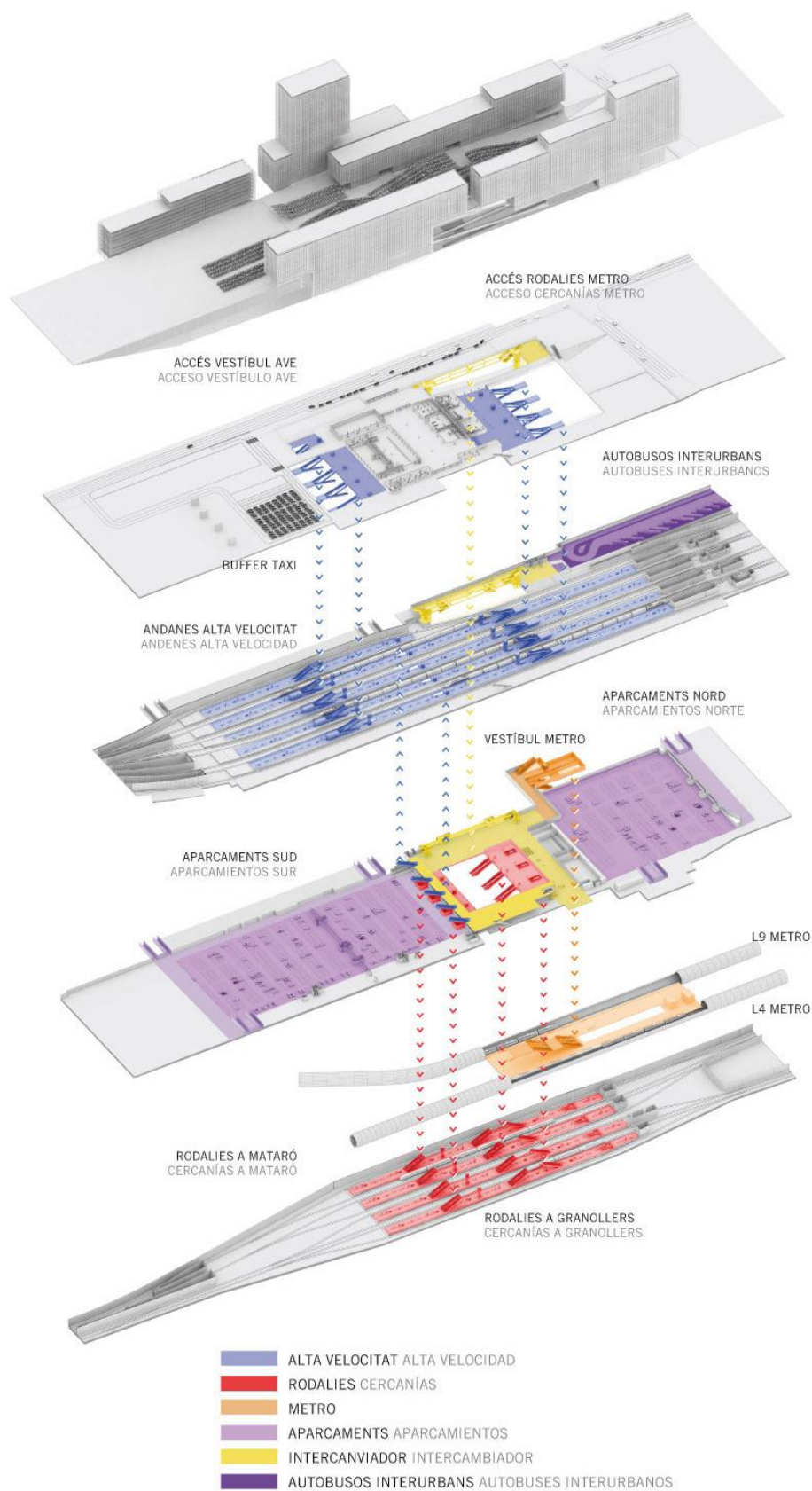
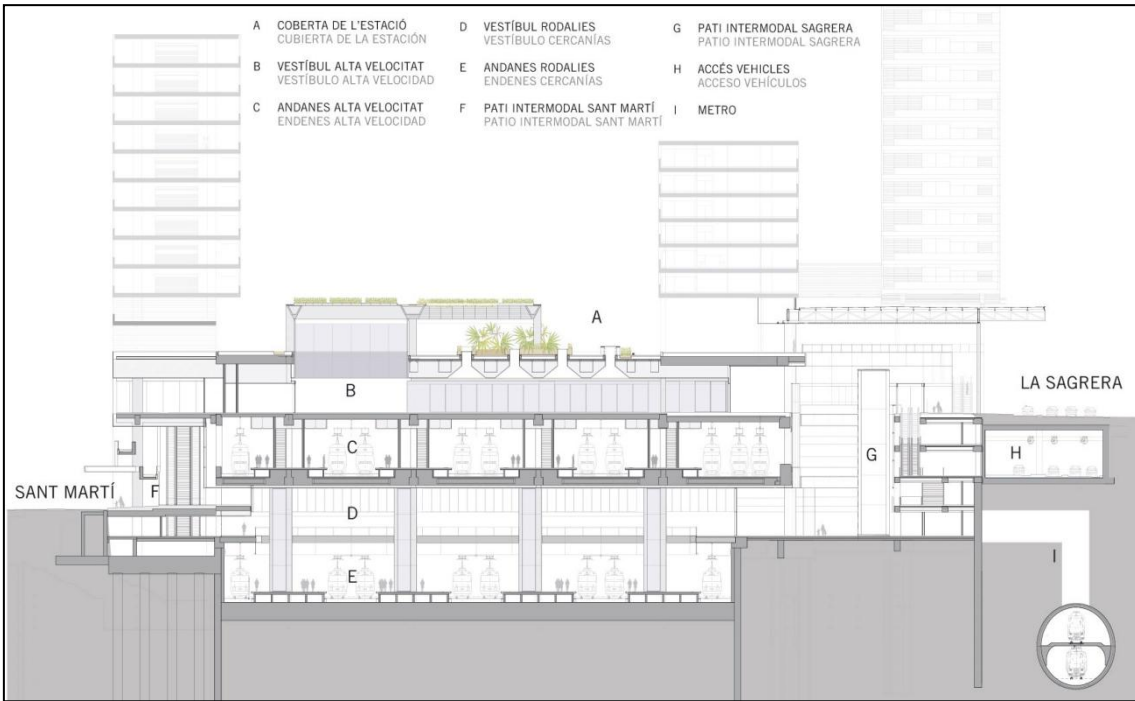


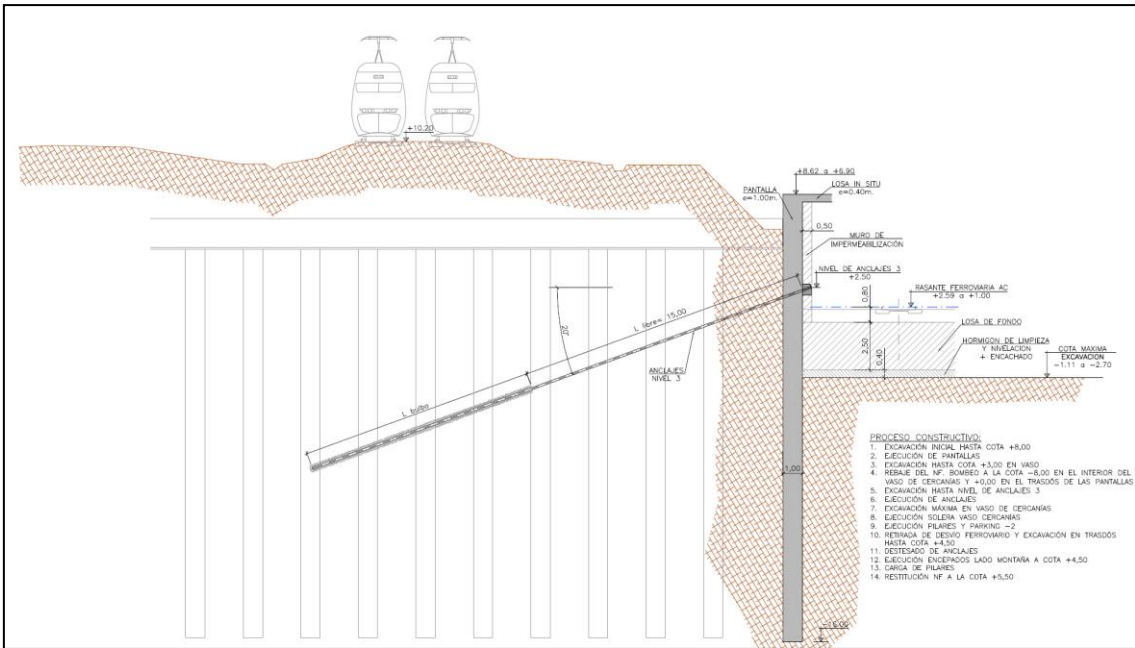
Figura 6.4. Esquema de los niveles de la estación de La Sagrera según el proyecto original
(Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).

Las dimensiones de la excavación que debe realizarse para la construcción de la estación son de 650m de largo, de entre 35 y 80m de ancho y de 20m de profundidad.

Según el proyecto, está previsto que las estructuras de los andenes, aparcamiento y accesos transmitan las cargas al terreno mediante una losa de fondo de gran canto (*Figura 6.5 y 6.6*)



*Figura 6.5. Sección de proyecto de la estación
(Fuente: Barcelona Sagrera Alta Velocitat SA).*



*Figura 6.6. Sección de la fase constructiva de las pantallas y de la losa de cimentación
(Fuente: Proyecto Original).*

6.2. Geología e hidrogeología local

La geología local de la zona donde se ubica la estación de La Sagrera se describe en el proyecto original, y se complementa con posteriores campañas de reconocimiento, descritas en Vázquez-Suñé et al. (2011).

Vázquez-Suñé et al. (2011) describen la estratigrafía y geometría sedimentaria de la zona de proyecto, de base a techo, de la siguiente manera:

- Margas/limolitas grises o azules compactas, con un nivel de alteración en el techo de color verdoso o amarillento y de pocos metros de espesor.
- Sucesión de arenas limosas más o menos arcósicas grises – verdosas o amarillentas, gravas poco redondeadas con elementos metamórficos, matriz arcillosa y niveles limosos arcillosos con una tonalidad verde, beige y amarillo. En algunos sondeos aparecen materiales arenosos atribuidos al Plioceno superior.
- Una sucesión de arcillas rojizas y marronas con intercalaciones de arenas y niveles de gravas angulosas con abundante matriz arcillosa. Intercalado en este conjunto se encuentran diversos niveles carbonatados, en forma de nódulos y/o costras bien definidas, que corresponden a facies de coluviones, materiales torrenciales y, en algún caso, aluviales (rieras), sobre los que se desarrollan suelos que corresponden a la sedimentación reciente (cuaternarios) procedentes de Collserola.

En las Figuras 6.7 y 6.8 se puede ver un perfil geológico longitudinal y transversal, respectivamente, del subsuelo de la zona de proyecto.

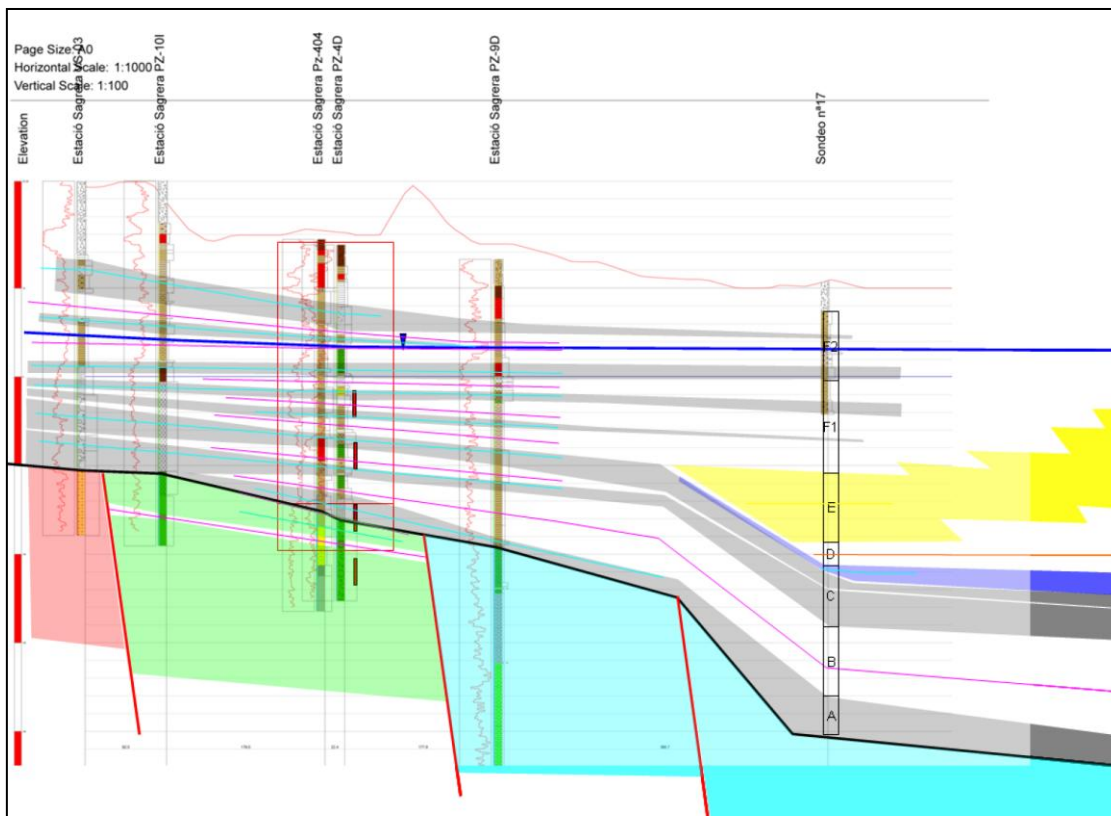


Figura 6.7. Perfil geológico longitudinal de la zona de estudio (Vázquez-Suñé et al., 2011).

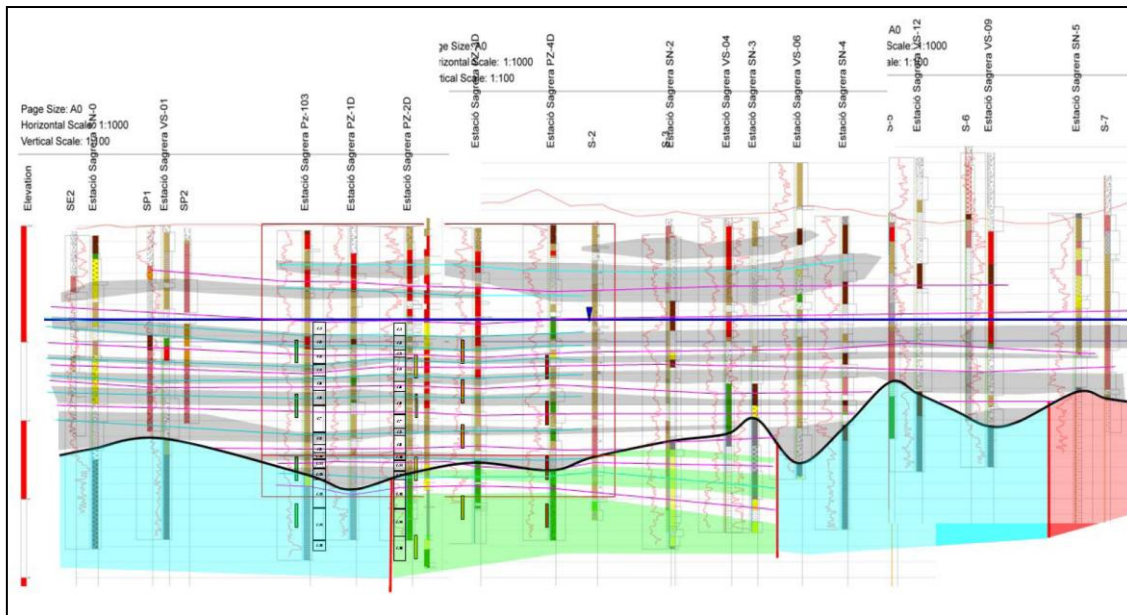


Figura 6.8. Perfil geológico transversal de la zona de estudio (Vázquez-Suñé et al., 2011).

La hidrogeología del terreno se describe en profundidad en Vázquez-Suñé et al. (2011). Para la caracterización hidrogeológica, Vázquez-Suñé et al. consideran:

- La información disponible en los antecedentes históricos.
- Los información de las diferentes campañas geotécnicas realizadas durante el proyecto y con posterioridad al mismo.
- Los resultados obtenidos en el análisis de los ensayos de bombeo realizados en Marzo de 2011.

En la Figura 6.9 se muestran algunos de los resultados obtenidos.

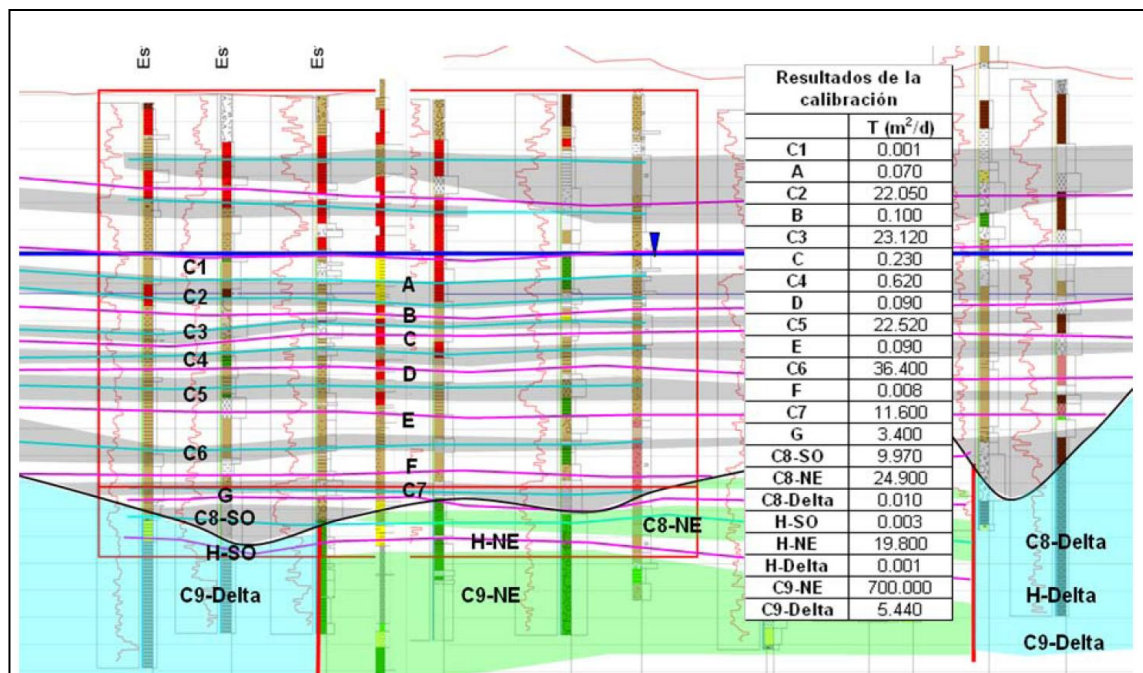


Figura 6.9. Parámetros hidrogeológicos calibrados para cada capa de terreno (Vázquez-Suñé et al., 2011).

6.3. Avance de la excavación y extensómetros

Con el objetivo de validar el diseño de la gran losa de cimentación y ajustar los valores del coeficiente de balasto utilizados en el proyecto, se instalaron 4 extensómetros de 60m de profundidad cada uno, a lo largo del eje longitudinal de la excavación (*Figura 6.10*).

Con estos extensómetros se ha podido medir la respuesta del terreno durante las fases de excavación, tratando la propia excavación como un gran ensayo in situ de descarga del terreno.

Las medidas de los extensómetros se han tomado de forma simultánea al levantamiento topográfico de los perfiles transversales de la excavación en los que se sitúa cada uno de dichos extensómetros.



Figura 6.10. Fotografía aérea con la situación de los extensómetros.

Considerando el elevado número de perfiles topográficos tomados de forma simultánea a las lecturas de los extensómetros (*Figuras 1.11 a 1.14*), se ha procedido a escoger aquellas fases de excavación más relevantes, teniendo en cuenta el carácter tridimensional de la geometría de la excavación.

- 0. Estado inicial**
- A. Lectura 03/03/2011**
- B. Lectura 06/05/2011**
- C. Lectura 30/06/2011**
- D. Lectura 30/03/2012**

En la *Figura 6.11* se muestra la geometría del vaso de excavación en cada una de las fases seleccionadas.

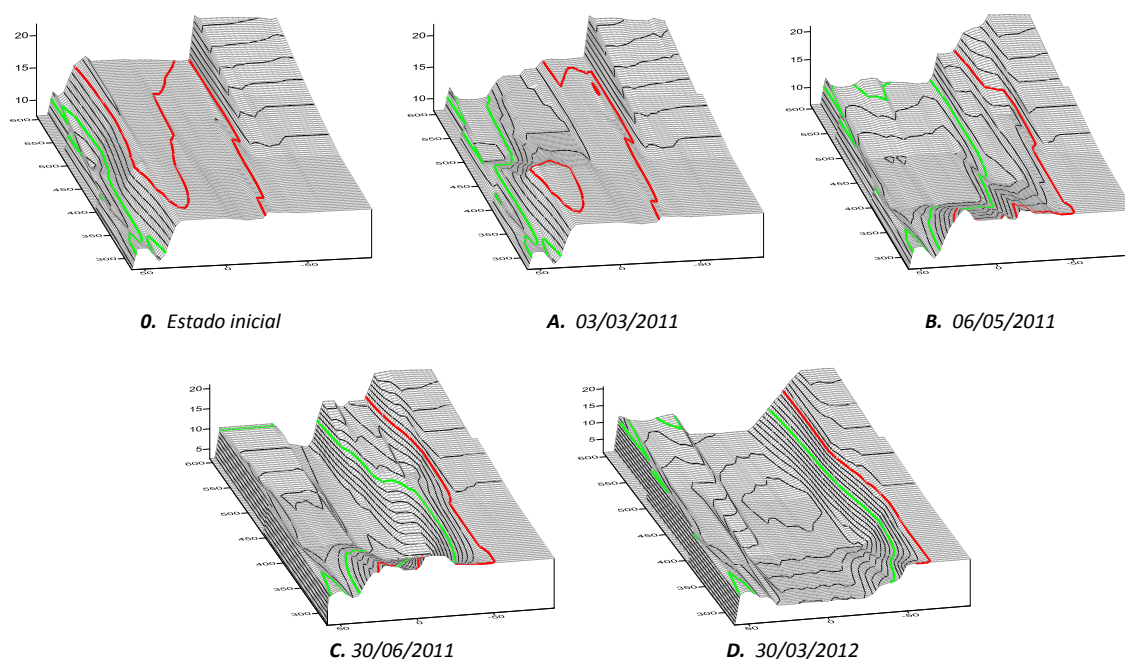


Figura 6.11. Visión tridimensional de diferentes fases de la excavación analizadas.

En la *Figura 6.12* se muestra la situación en planta de los perfiles transversales y del perfil longitudinal considerados en las simulaciones.

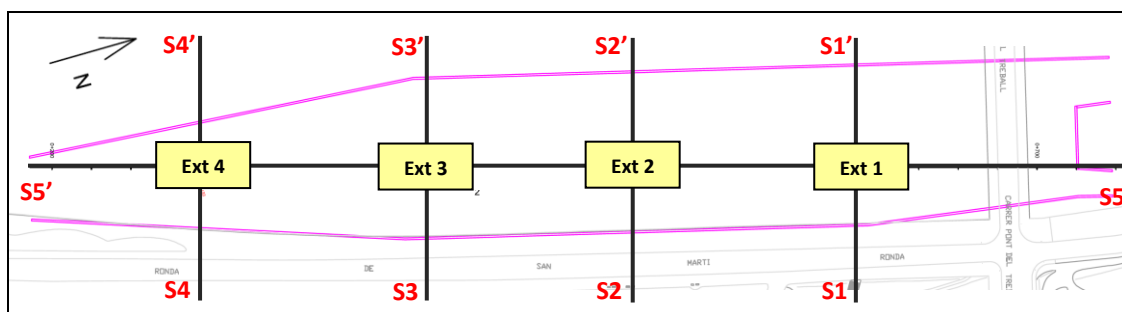


Figura 6.12. Perfiles transversales situados en cada uno de los extensómetros instalados.

En las *Figuras 6.13 y 6.14* se muestra el avance de la excavación en las fases seleccionadas, en cada uno de los perfiles considerados (*Figura 6.12*).

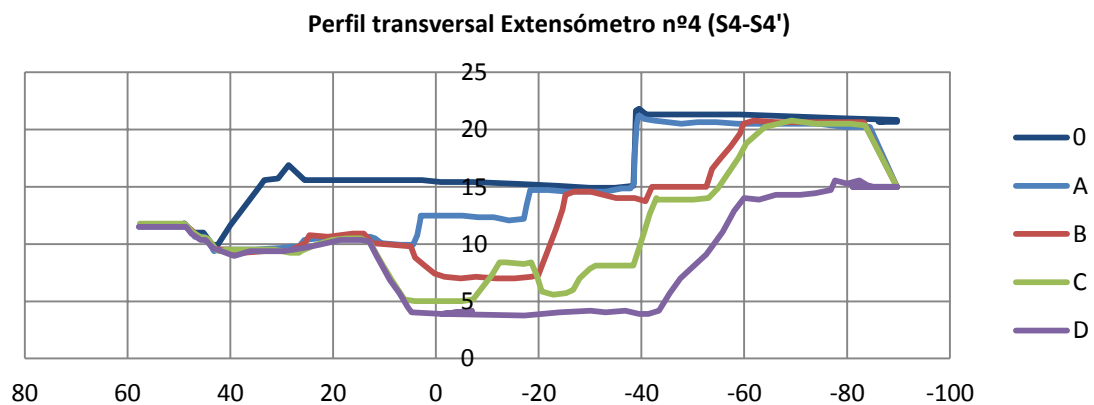
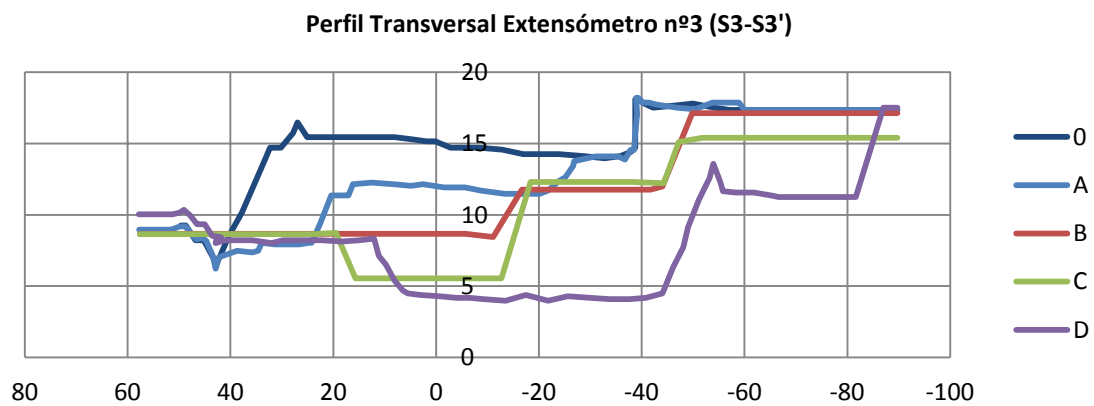
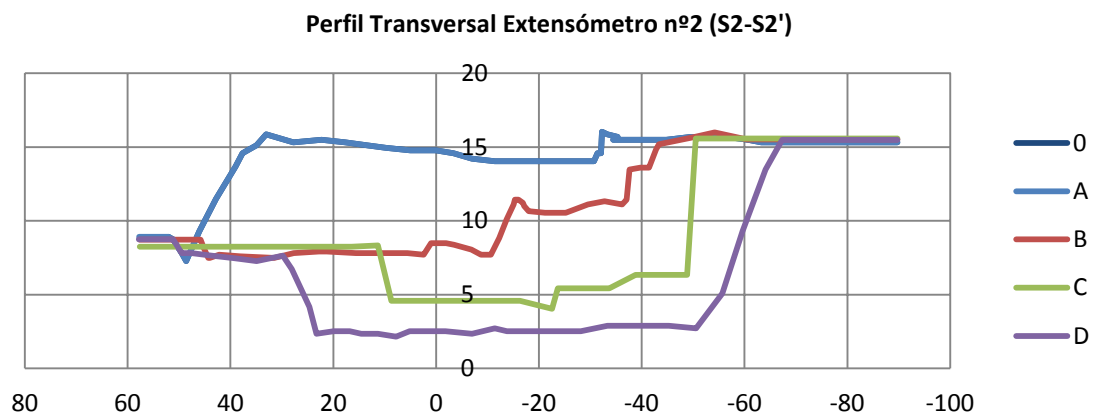
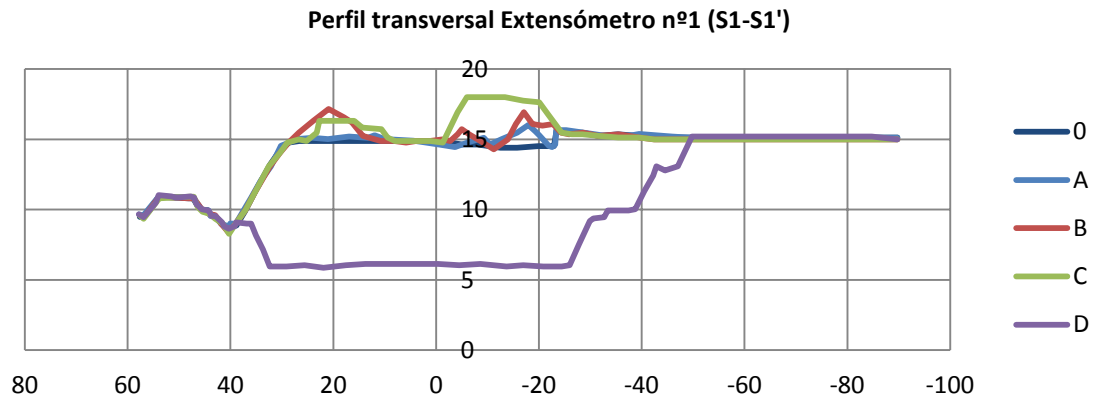
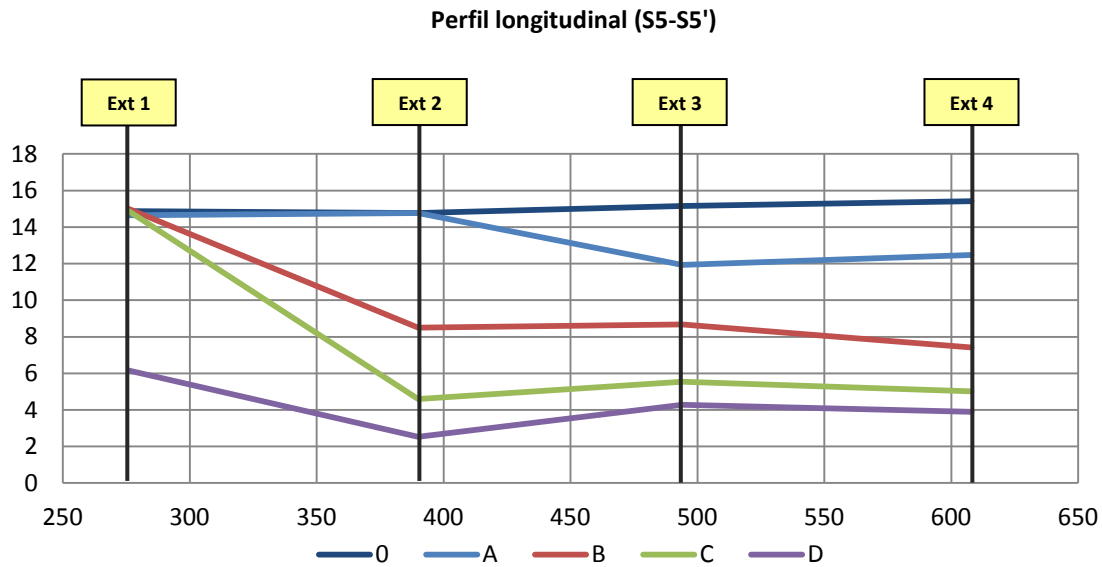


Figura 6.13. Evolución de las fases de excavación (A - D) en los perfiles transversales seleccionados (X: distancia a extensómetro [m]; Y: cota [m]). Extensómetros de 60m de profundidad en X=0m.



*Figura 6.14. Evolución de las fases de excavación (A - D) en el perfil longitudinal
(X: situación del extensómetro [m]; Y: cota [m]).*

6.4. Simulación con el modelo HS-SS de Plaxis

Con el objetivo de reproducir numéricamente los movimientos del terreno, teniendo en cuenta la no linealidad constitutiva del mismo en el rango de las pequeñas deformaciones, se ha simulado la excavación utilizando el modelo HS-SS de Plaxis.

Para ello, se han simulado:

- 4 secciones transversales que contienen a cada uno de los extensómetros.
- 1 sección longitudinal que contiene a los 4 extensómetros.

6.4.1. Geometría adoptada

En las Figuras 6.15 a 6.19 se muestra la geometría adoptada para las simulaciones.

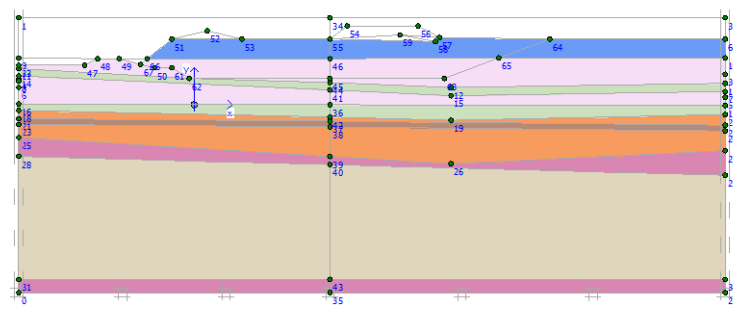
En todos los casos, las condiciones de contorno mecánicas son las siguientes:

- $u_x = 0$ y $u_y = 0$ en el contorno inferior horizontal
- $u_x = 0$ en los dos contornos verticales laterales

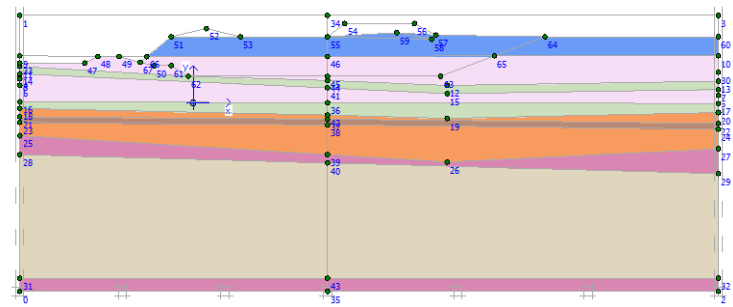
Los contornos inferiores horizontales se han situado a la profundidad máxima de los extensómetros, con el objetivo de que los cálculos proporcionen la misma magnitud que se ha medido con dichos extensómetros.

Se ha estudiado el efecto de la posición de los contornos verticales laterales en los resultados calculados. Se concluye que la afección de ampliar el interespacio entre estos contornos, respecto a la geometría utilizada, es mínima. Por ello, la geometría adoptada se considera adecuada para el análisis.

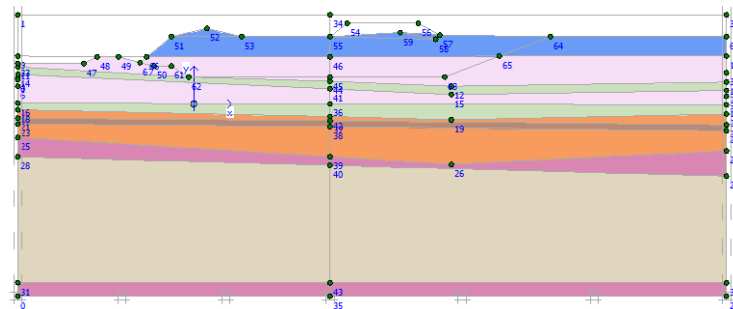
El nivel freático se encuentra a la cota absoluta +2,5m. En ninguna fase de excavación analizada se ha llegado a esta cota, no obstante, está previsto que la excavación supere la misma y llegue a la -4,0m.



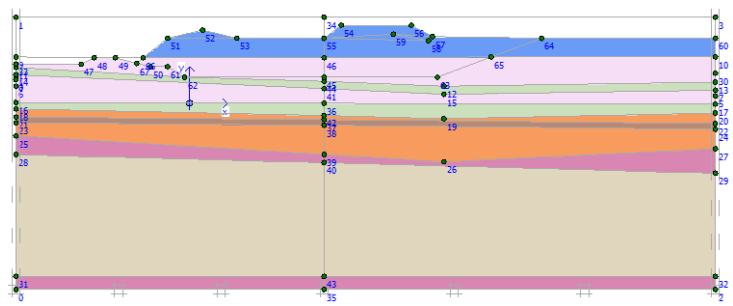
(0)



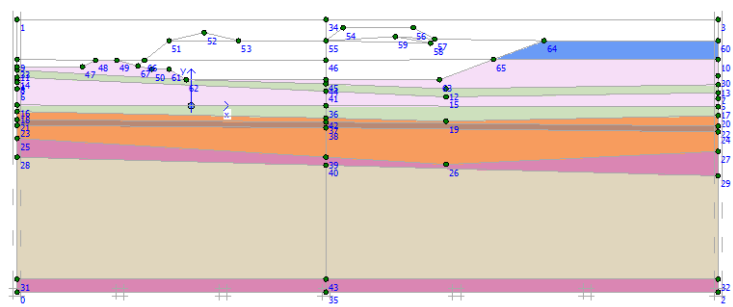
(A)



(B)

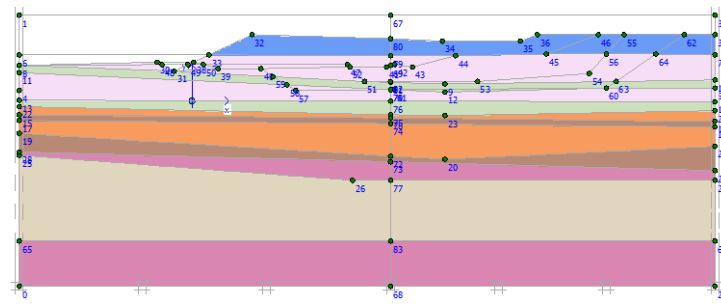


(C)

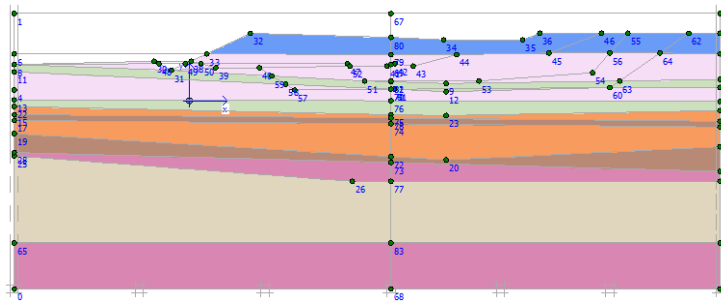


(D)

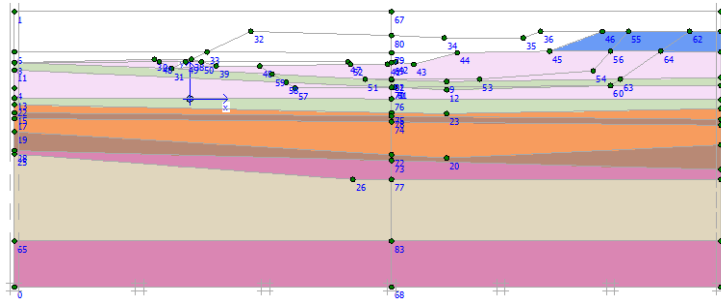
Figura 6.15. Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº1. Dimensiones $H=160m$, $V=63m$.



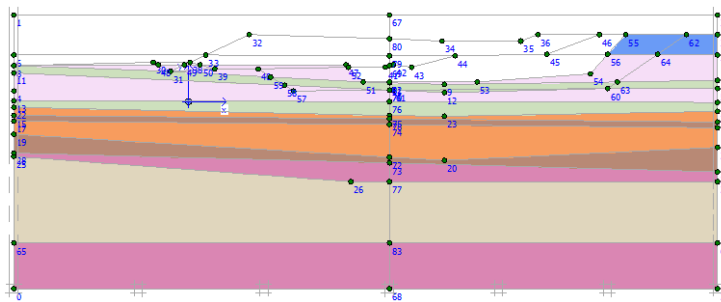
(0)



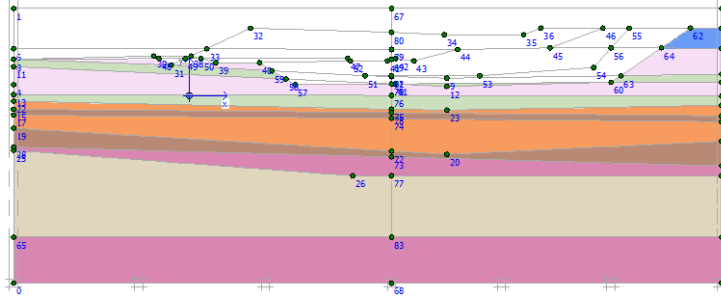
(A)



(B)



(C)



(D)

Figura 6.16. Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº2. Dimensiones $H=160m$, $V=63m$.

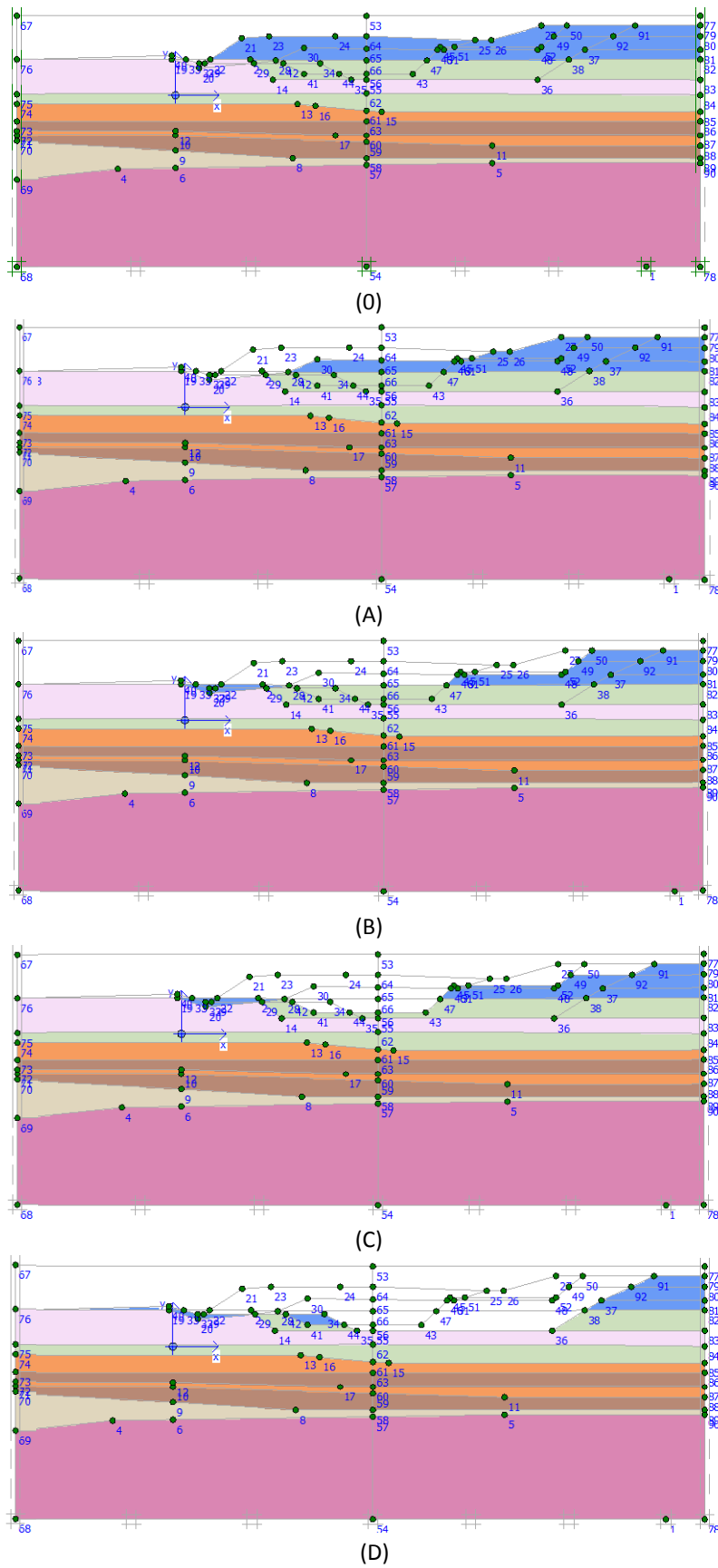
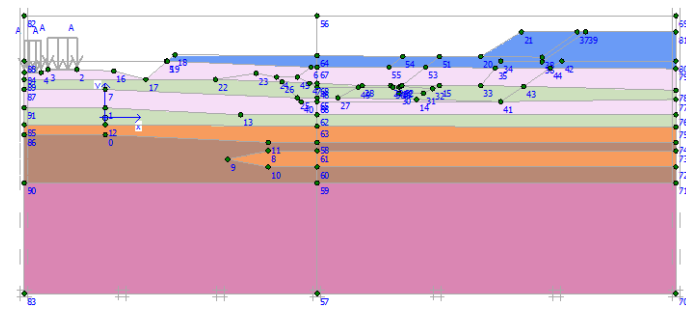
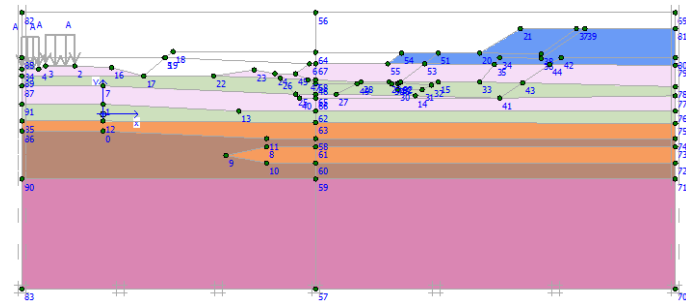


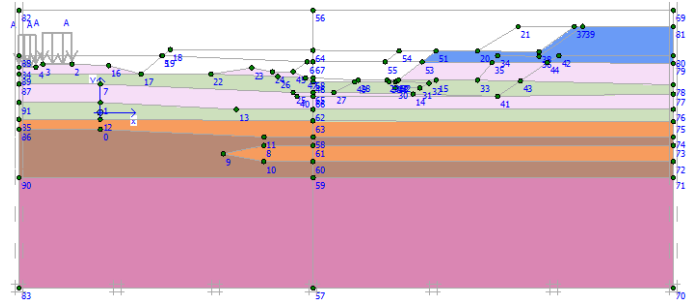
Figura 6.17. Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº3. Dimensiones $H=170m$, $V=63m$.



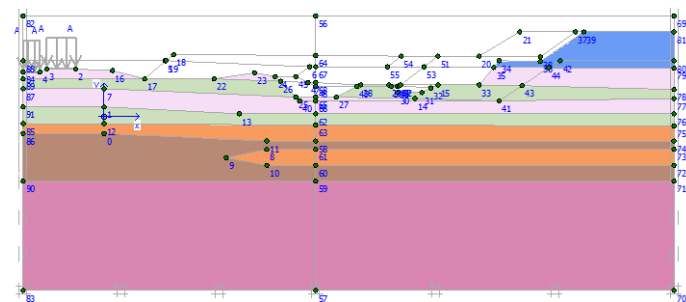
(0)



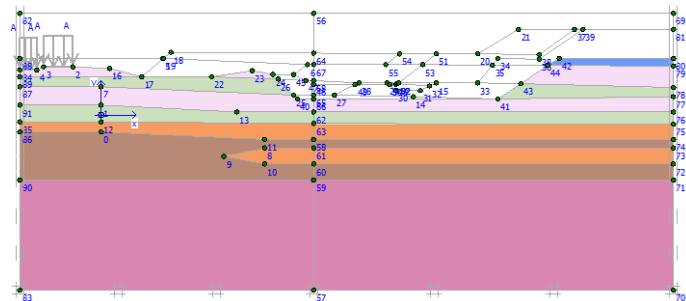
(A)



(B)



(C)



(D)

Figura 6.18. Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil transversal del Extensómetro nº4. Dimensiones $H=160m$, $V=63m$.

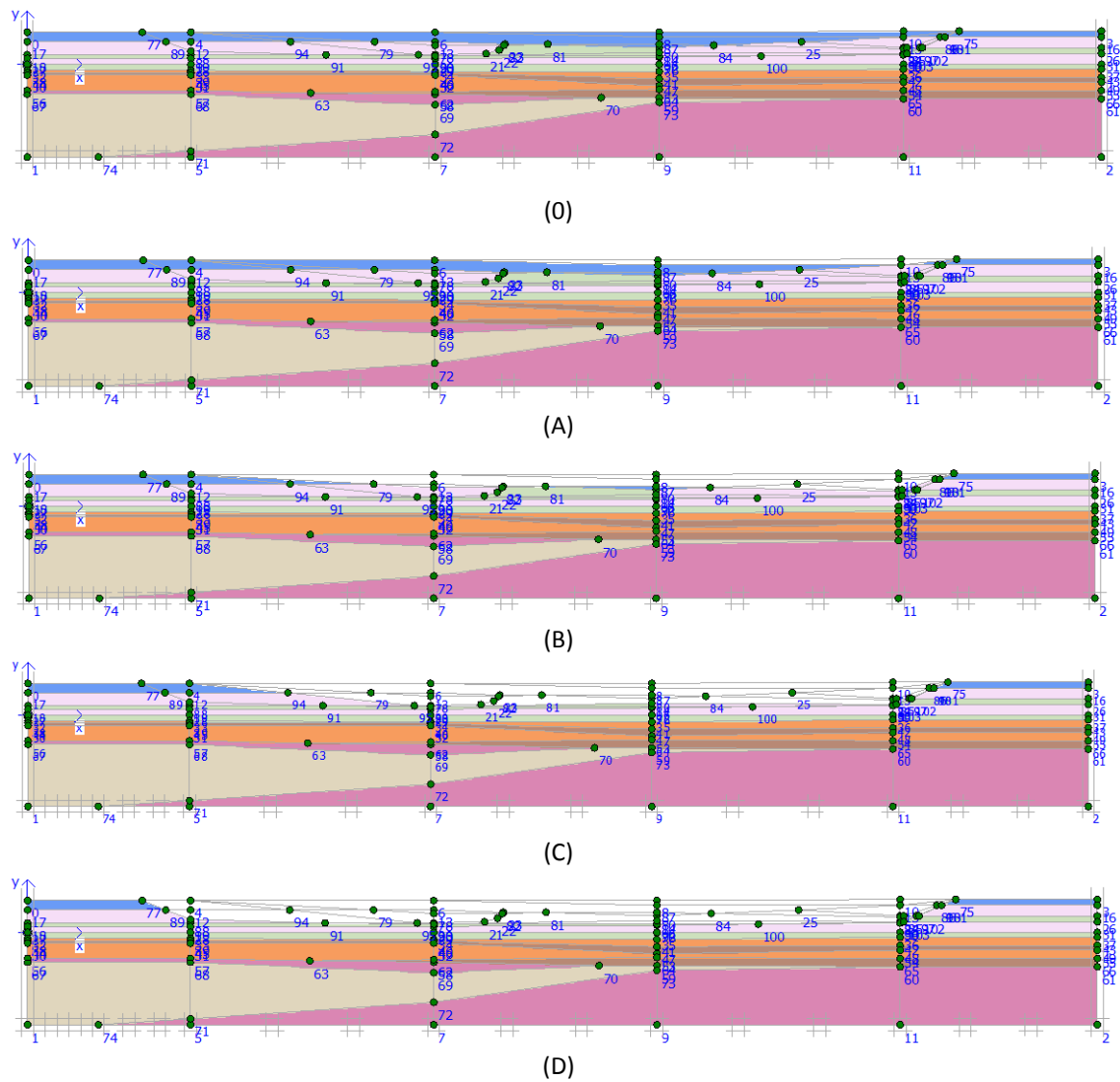


Figura 6.19. Geometría de la simulación de las fases de excavación en el perfil longitudinal.
Dimensiones $H=500\text{m}$, $V=63\text{m}$.

6.4.2. Parámetros del modelo HS-SS

Para ajustar el valor del coeficiente de balasto, Ledesma (2012) utilizó el modelo HS-SS para simular numéricamente las principales fases de excavación del perfil transversal del Extensómetro nº4, tomando los resultados de dicho extensómetro como representativos, dada la nitidez de las medidas.

En Ledesma (2012) los parámetros del modelo HS-SS comunes con los del modelo HS se tomaron de Ledesma (2011), basados a su vez en ensayos experimentales.

Respecto a los parámetros del modelo HS-SS que introducen la degradación elástica (G_0 y $\gamma_{0,7}$), Ledesma (2012) ajustó numéricamente un único grupo de valores que permitieran reproducir numéricamente el comportamiento del terreno observado, para lo que se recurrió a un método iterativo de prueba y error.

Este procedimiento de obtención de parámetros es adecuado para el objetivo planteado. No obstante, no es del todo adecuado para analizar la validez del modelo HS-SS a la hora de reproducir el

comportamiento no lineal del terreno, tal y como se pretende hacer en este trabajo. Para esto último, es necesario obtener los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$ de forma experimental.

6.4.2.1. Ensayo de columna resonante

Con el objetivo de determinar los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$ de los estratos relevantes, está previsto extraer muestras de suelo del vaso de la excavación y realizar ensayos de columna resonante y ensayos triaxiales con “bender elements”. Asimismo, se contempla la posibilidad de realizar ensayos de geofísica sobre la unidad terciaria (PI1).

En el transcurso de la redacción de este trabajo, ha sido posible extraer una muestra bloque del vaso de la excavación, a la cota +1,0m (se estima que la muestra estaba sometida a $p_0 = 288 \text{ kPa}$). El tipo de suelo de la muestra extraída se corresponde con arcillas y limos pliocuaternarios (PQ2).



Figura 6.20. Extracción de muestra bloque a cota +1,0m.

En el caso de la muestra bloque obtenida, se ha podido realizar un ensayo de columna resonante sobre una probeta tallada (Figuras 6.21 y 6.22). El ensayo se ha realizado en la dirección vertical al plano de excavación. El resto de ensayos se realizarán en posteriores fases de la investigación.



Figura 6.21. Tallado de una probeta con orientación vertical al plano de excavación.

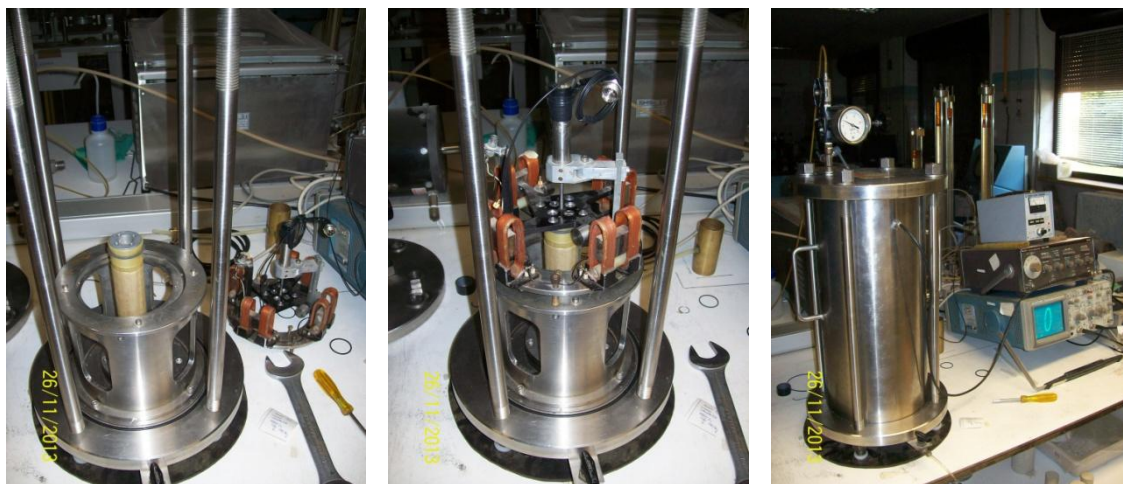


Figura 6.22. Ensayo de columna resonante de las probetas

A partir de la probeta, se obtienen los siguientes parámetros: $\gamma_n = 20,6 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_d = 17,6 \text{ kN/m}^3$, $w = 17,51 \%$ y $Sr = 0,89$.

Los resultados del ensayo se muestran en la Figura 6.23.

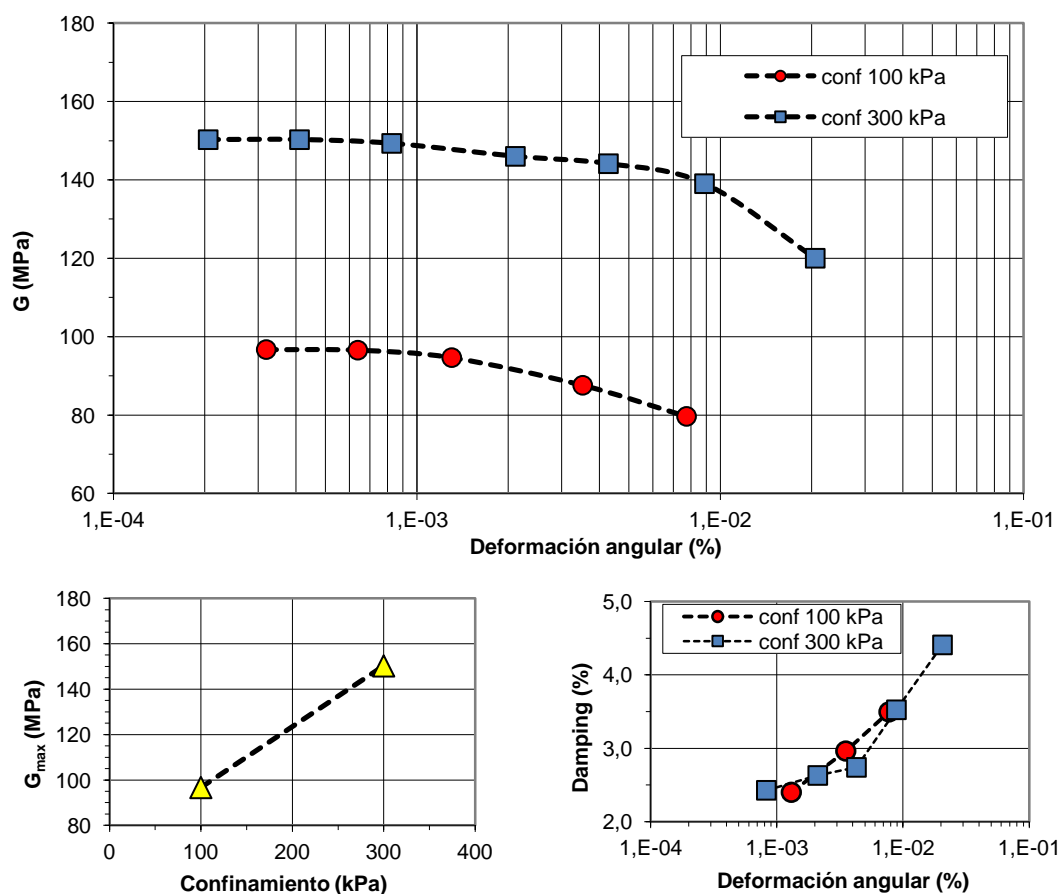


Figura 6.23. Resultados del ensayo de columna resonante.

De los resultados obtenidos, se deduce por un lado que es adecuado adoptar un valor $G_0 = 150 \text{ MPa}$.

Por otro lado, el valor $\gamma_{0,7}$ corresponde a un valor del módulo de corte $G_{0,7} = 0,7 \cdot G_0 = 105 \text{ MPa}$. Para obtener este valor de $\gamma_{0,7}$, deberán hacerse ensayos triaxiales con “bender elements”. No obstante, a partir de la información del ensayo, es posible proporcionar un intervalo posible de valores de $\gamma_{0,7}$:

- a) $\gamma_{0,7,min} = 2 \cdot 10^{-4}$ (extrapolación recta vertical desde último punto).
- b) $\gamma_{0,7,max} = 5 \cdot 10^{-4}$ (extrapolación lineal desde últimos dos puntos).

Como puede observarse, los parámetros obtenidos en el ensayo se aproximan bien a los proporcionados en Ledesma (2012), que son los que se utilizan en las simulaciones numéricas realizadas.

6.4.2.2. Parámetros adoptados

A continuación se proporciona la lista de parámetros del modelo HS-SS utilizados en la simulación.

Material	γ_{unsat} [kN/m ³]	γ_{sat} [kN/m ³]	k_x [m/día]	k_y [m/día]
Arcillas margosas PI2	18,5	20,5	0,008	0,0008
Arcillas y limos PQ2	19	21	0,1	0,01
Relleno antrópico	18	20	0,0002	0,00002
Arcillas y limos Qa1-Qa2	19	21	0,0002	0,00002
Arenas con arcillas PI1	18,5	20,5	1,4	0,14
Gravas y arenas Qa3	19,5	21,5	11	1,1
Arenas y Gravas PQ1	19	21	17	1,7

Tabla 6.1. Parámetros (1) utilizados en el modelo HS-SS.

Material	$E_{50,ref}$ [kN/m ²]	$E_{oed,ref}$ [kN/m ²]	$E_{ur,ref}$ [kN/m ²]	c_{ref} [kN/m ²]	ϕ [°]	v_{ur} [-]
Arcillas margosas PI2	41000	34800	110800	70	26	0,30
Arcillas y limos PQ2	20000	20000	60000	30	29	0,30
Relleno antrópico	19000	15200	64125	5	28	0,35
Arcillas y limos Qa1-Qa2	20000	16000	85000	30	29	0,30
Arenas con arcillas PI1	31000	30000	120800	20	35	0,30
Gravas y arenas Qa3	30000	19200	120000	5	34	0,35
Arenas y Gravas PQ1	45000	49118	120000	1	38	0,35

Tabla 6.2. Parámetros (2) utilizados en el modelo HS-SS.

Material	p_{ref} [kN/m ²]	m [-]	K_{0nc} [-]	$\gamma_{0,7}$ [-]	G_0 [kN/m ²]	R_f [-]	T-Str. [kN/m ²]	R_{int} [-]
Arcillas margosas PI2	100	0,5	0,56	9E-5	2,5E+5	0,9	1E+10	0,67
Arcillas y limos PQ2	100	0,5	0,52	5E-4	1,5E+5	0,9	1E+10	0,67
Relleno antrópico	100	0,5	0,53	1E-4	1,8E+5	0,9	1E+10	0,67
Arcillas y limos Qa1-Qa2	100	0,5	0,52	1E-4	2,2E+5	0,9	1E+10	0,67
Arenas con arcillas PI1	100	0,5	0,43	1E-5	4,0E+5	0,9	1E+10	0,67
Gravas y arenas Qa3	100	0,5	0,44	1E-4	2,8E+5	0,9	1E+10	0,67
Arenas y Gravas PQ1	100	0,5	0,40	5E-5	3,7E+5	0,9	1E+10	0,67

Tabla 6.3. Parámetros (3) utilizados en el modelo HS-SS.

6.4.3. Condiciones drenadas - no drenadas

Tal y como se ha expuesto en el Capítulo 1, en las curva de los perfiles de movimientos del terreno medidos con los extensómetros, se aprecian tramos verticales en la forma de los perfiles, a determinadas profundidades.

Este hecho podría estar indicando la existencia de estratos de baja permeabilidad con un comportamiento instantáneo de tipo no drenado, que daría lugar a desplazamientos relativos nulos entre puntos de una vertical del estrato en cuestión.

Efectivamente, tal y como se puede ver en la *Tabla 6.4*, algunos de los materiales presentan permeabilidades de varios órdenes de magnitud inferiores a los demás.








Material		Type	k_x [m/día]	k_y [m/día]
	Arcillas margosas PI2	Undrained/Drained	0,008	0,0008
	Arcillas y limos PQ2	Undrained/Drained	0,1	0,01
	Relleno antrópico	Undrained/Drained	0,0002	0,00002
	Arcillas y limos Qa1-Qa2	Undrained/Drained	0,0002	0,00002
	Arenas con arcillas PI1	Drained	1,4	0,14
	Gravas y arenas Qa3	Drained	11	1,1
	Arenas y Gravas PQ1	Drained	17	1,7

Tabla 6.4. Condiciones drenadas/no drenadas.

En el contexto de un terreno con macrofábrica, como es el caso que nos ocupa, esta alternancia de permeabilidades en los estratos podría explicar el comportamiento observado en los perfiles de los desplazamientos verticales medidos con los extensómetros, tal y como se observa en las *Figuras 6.24 a 6.27*, donde se ha superpuesto la columna estratigráfica correspondiente.

En dichas figuras puede observarse una correlación entre capas poco permeables y tramos donde los perfiles de desplazamientos adoptan una forma vertical, especialmente en los extensómetros 3 y 4.

Para reproducir correctamente la disipación de presiones de agua y su efecto en la rigidez de determinadas capas de terreno, sería necesario realizar un análisis consolidado de la excavación, introduciendo los tiempos reales entre las diferentes fases.

No obstante, tal y como se ha expuesto en el Capítulo 4 de este trabajo, las inconsistencias asociadas a este tipo de cálculo lo invalidan para el análisis. Por ello, en las simulaciones realizadas se han considerado únicamente los siguientes dos casos:

- 1) Condiciones drenadas para todos los estratos (Notación: DRAINED)
- 2) Condiciones no drenadas para los estratos menos permeables, y condiciones drenadas para los estratos más permeables (Notación: UNDRAINED).

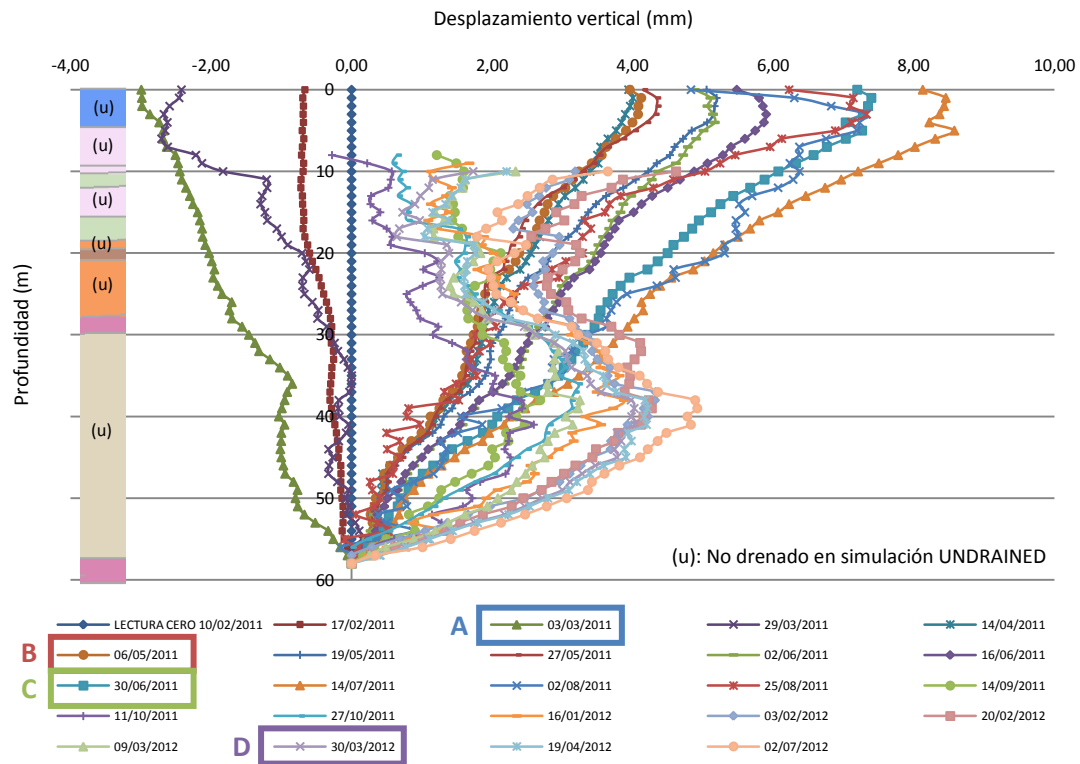


Figura 6.24. Desplazamientos acumulados del Extensómetro n°1 con columna estratigráfica.

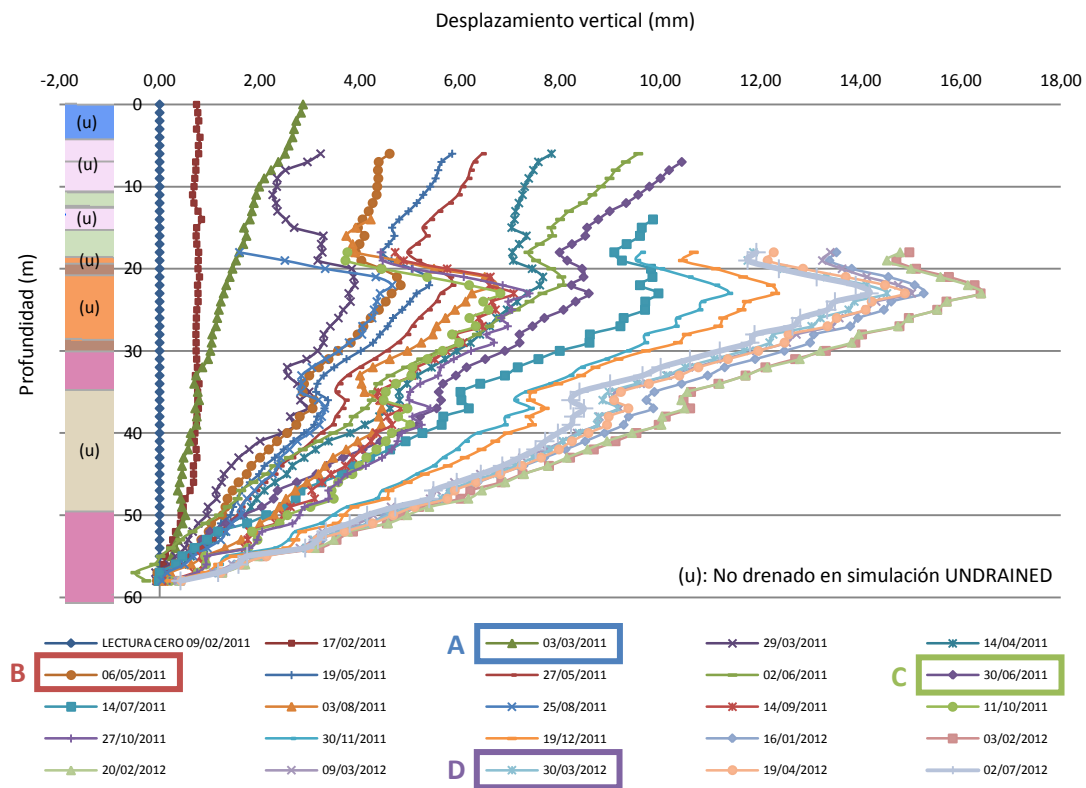


Figura 6.25. Desplazamientos acumulados del Extensómetro n°2 con columna estratigráfica.

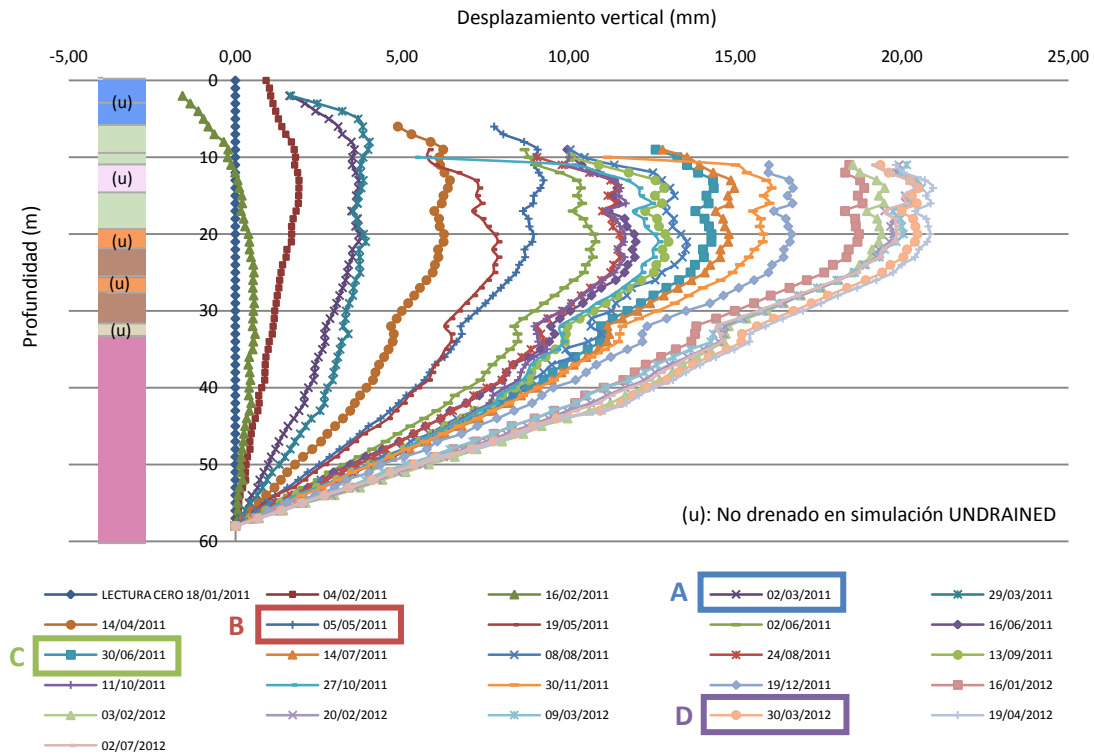


Figura 6.26. Desplazamientos acumulados del Extensómetro n°3 con columna estratigráfica.

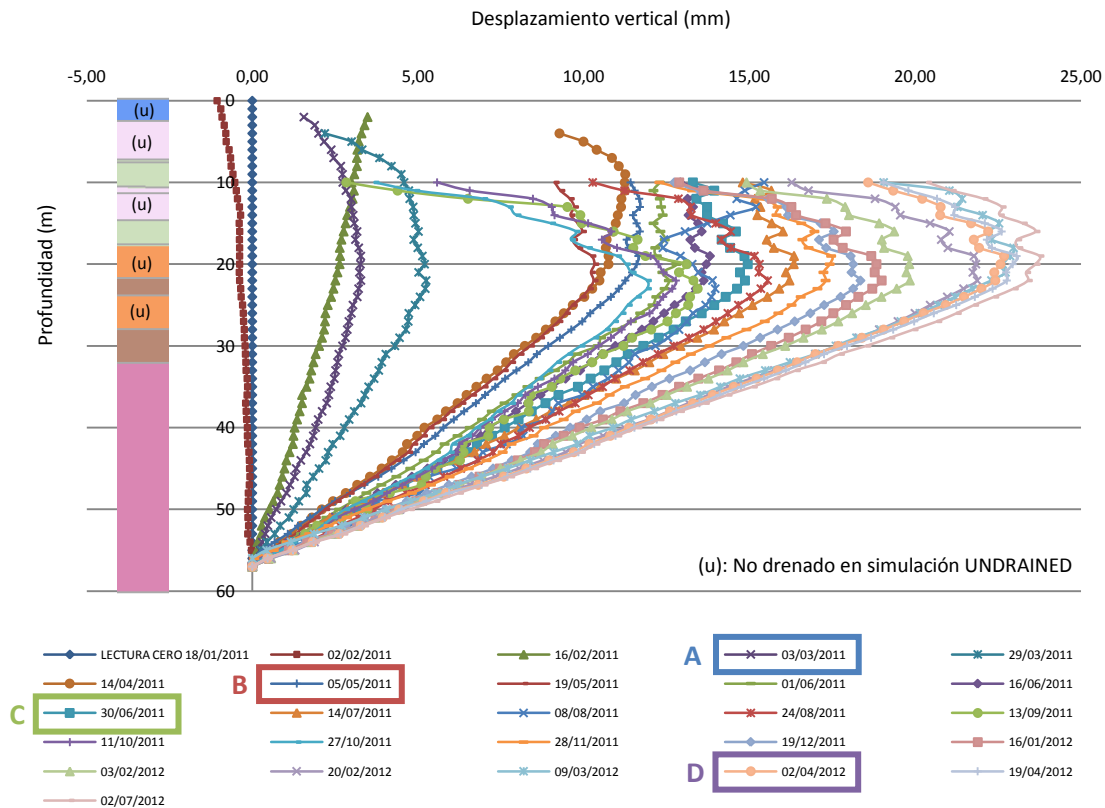


Figura 6.27. Desplazamientos acumulados del Extensómetro n°4 con columna estratigráfica.

6.4.4. Resultados de las simulaciones numéricas con HS-SS

En las *Figuras 6.28 a 6.31* se muestran los perfiles de los movimientos verticales acumulados calculados en las diferentes simulaciones.

Con el objetivo de analizar la tridimensionalidad del problema, en cada gráfico se superponen:

- 1) Las medidas del extensómetro.
- 2) Los movimientos verticales acumulados calculados en la simulación del perfil transversal.
- 3) Los movimientos verticales acumulados calculados en la simulación del perfil longitudinal.

6.4.5. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos, se concluye:

- 1) A pesar de las inconsistencias detectadas y expuestas en el Capítulo 4 del presente trabajo, el modelo HS-SS es capaz de aproximar bastante bien la tendencia de las medidas de los extensómetros. Ello se aprecia especialmente en los Extensómetros nº2, nº3 y nº4.
- 2) El hecho de simular determinados estratos de baja permeabilidad como no drenados, permite reproducir bien los desplazamientos a corto plazo observados en dichos estratos, lo cual indica que en el momento de realizar las medidas, estos estratos estaban consolidando. Ello se aprecia especialmente en los Extensómetros nº3 y nº4.
- 3) Los resultados numéricos de las simulaciones transversales y longitudinales correspondientes al Extensómetro nº1 no reproducen correctamente la tendencia en las medidas tomadas.
- 4) Las simulaciones realizadas con el modelo HS-SS no permiten reproducir la tendencia de los perfiles de desplazamientos en la parte superior de la excavación.
- 5) Para una mejor aproximación en los resultados, deberán acabar de realizarse los ensayos para determinar los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$ que introducen el comportamiento no lineal en el modelo HS-SS. Se prevé realizar estos ensayos en los estratos relevantes (especialmente el PI1, donde se contempla aplicar técnicas de geofísica in situ).

Durante la redacción de este trabajo, se ha extraído una muestra bloque del vaso de la excavación, de un estrato pliocuaternario (PQ2). A partir de esta muestra, se han tallado probetas y se ha realizado un ensayo de columna resonante. Los parámetros obtenidos en dicho ensayo, coinciden con los de referencia.

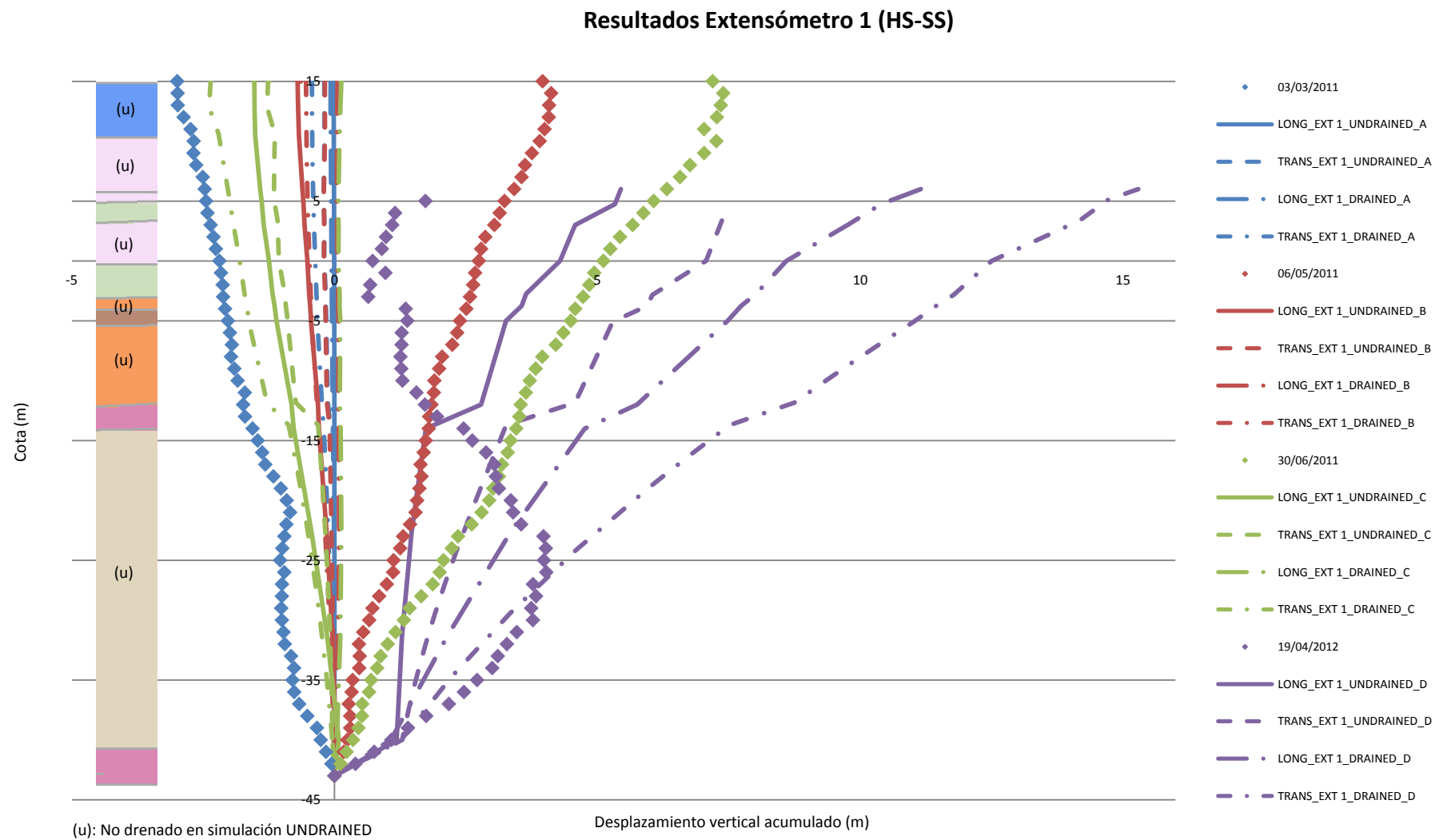


Figura 6.28. Resultados simulación Extensómetro nº1 con columna estratigráfica.

Resultados Extensómetro 2 (HS-SS)

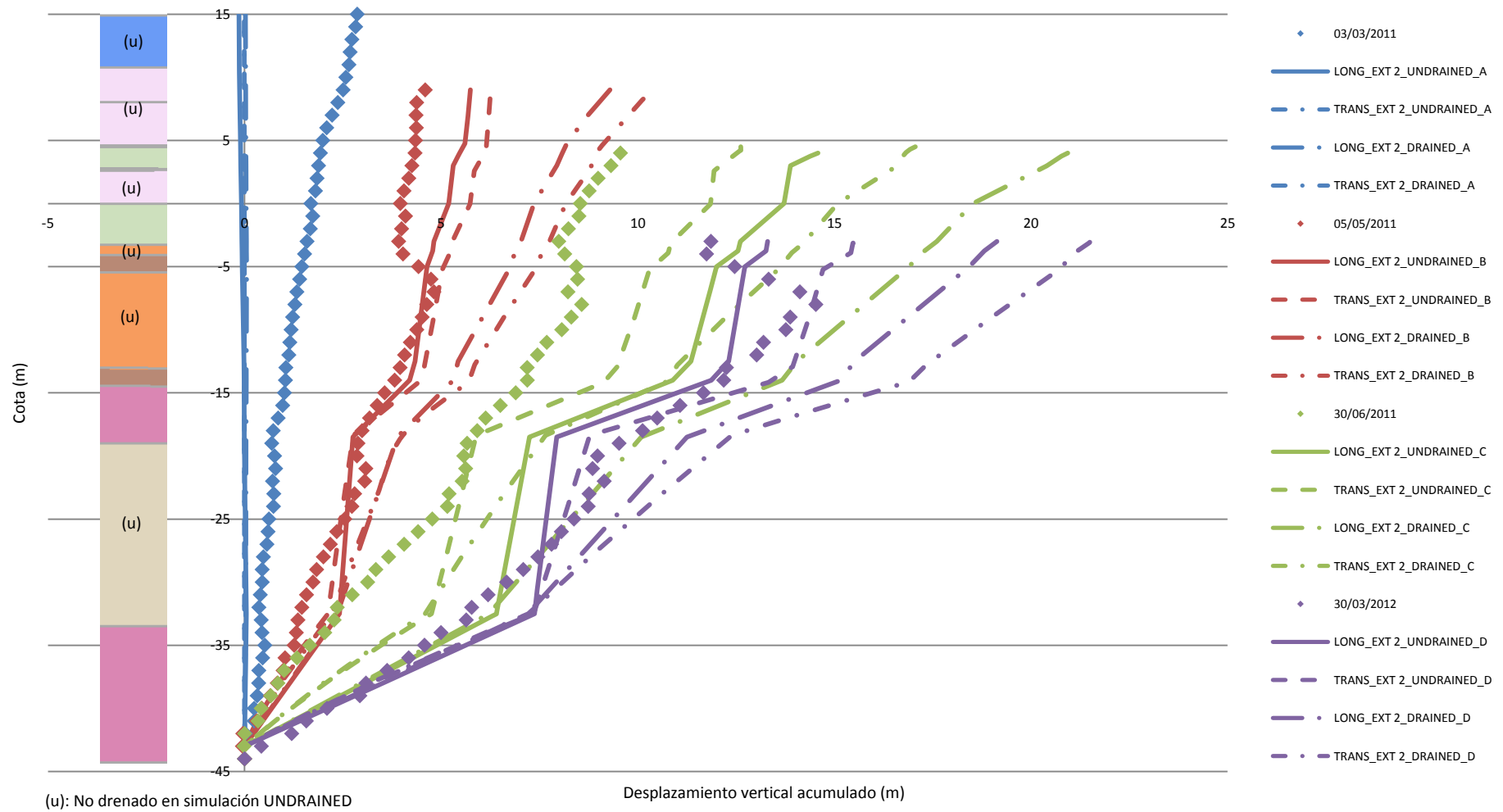


Figura 6.29. Resultados simulación Extensómetro nº2 con columna estratigráfica.

Resultados Extensómetro 3 (HS-SS)

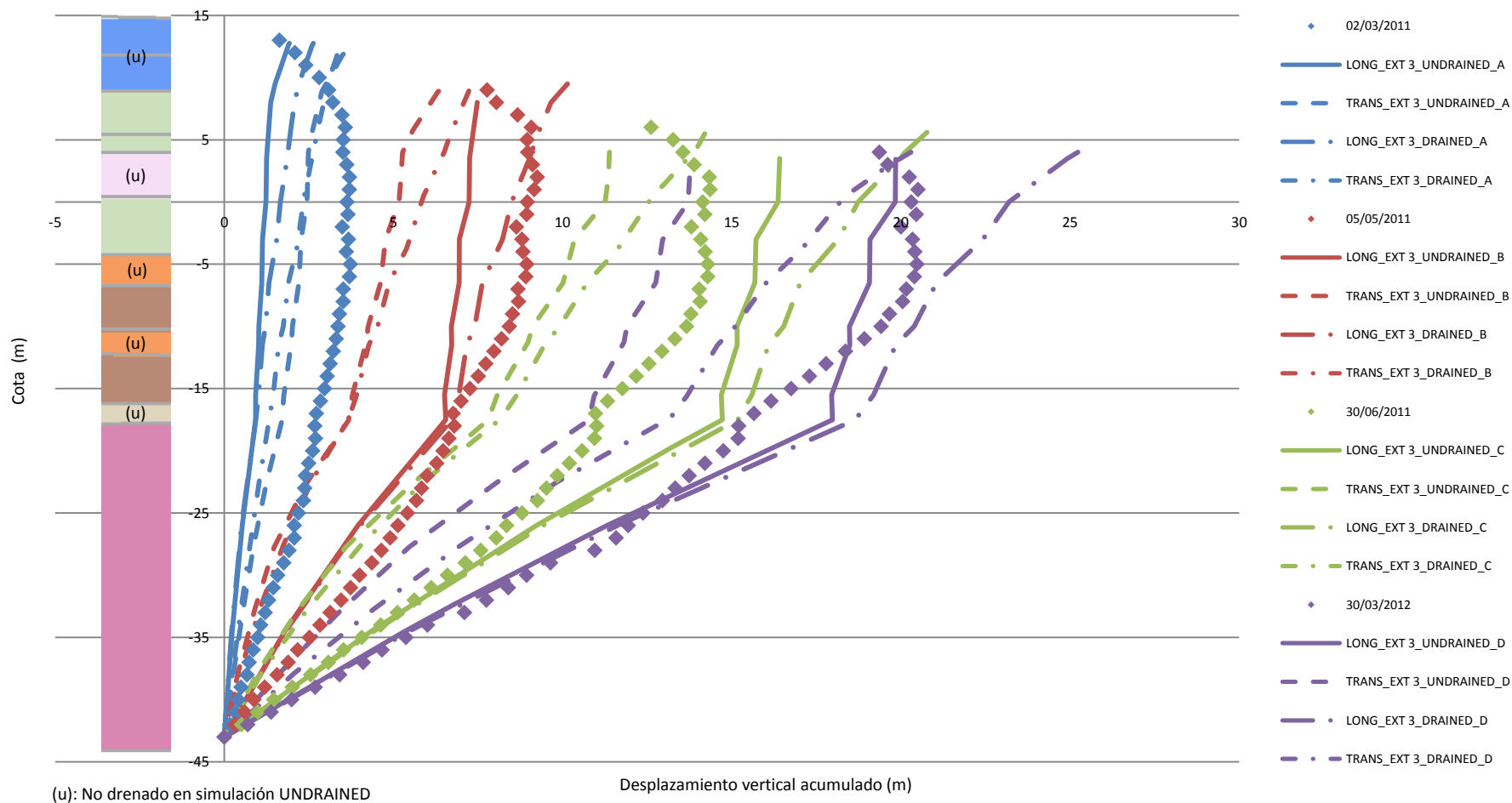


Figura 6.30. Resultados simulación Extensómetro nº3 con columna estratigráfica.

Resultados Extensómetro 4 (HS-SS)

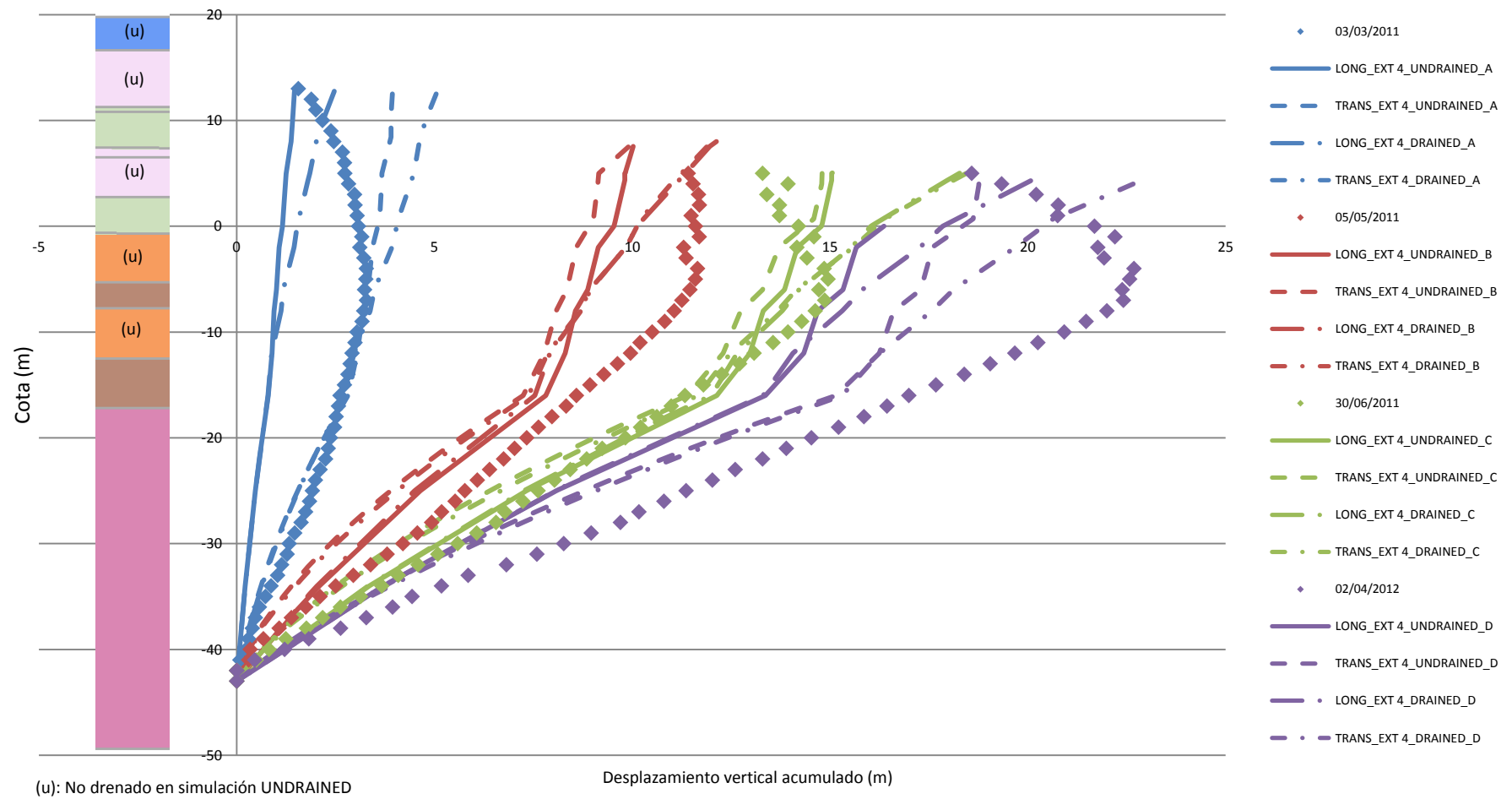
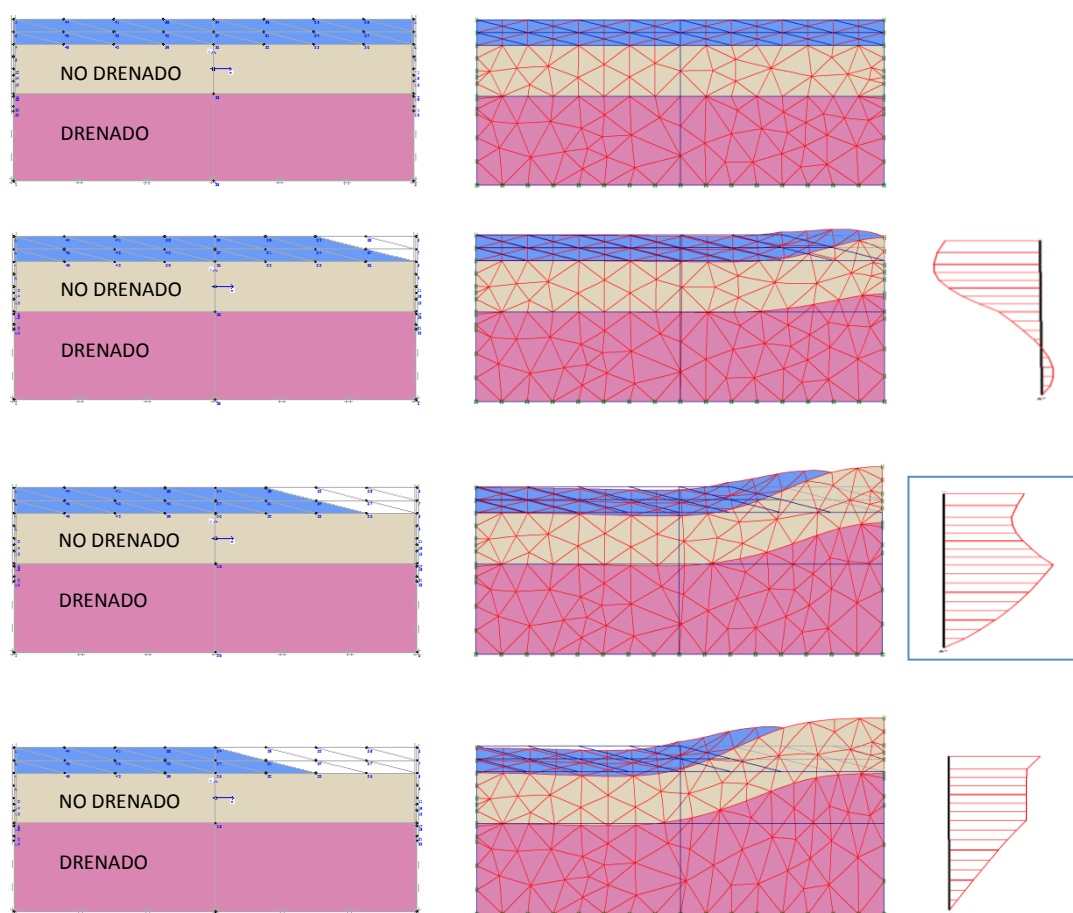


Figura 6.31. Resultados simulación Extensómetro nº4 con columna estratigráfica.

6.4.6. Efecto de la proximidad de taludes

Con el objetivo de reproducir la tendencia de los perfiles de desplazamientos en la parte superior de la excavación, se analizará el proceso de desecación en el apartado 6.5. del presente Capítulo. No obstante, previamente se ha tratado de explicar dicho comportamiento desde un punto de equilibrio mecánico.

Como se aprecia en la *Figura 6.31*, el efecto de la proximidad de taludes de excavación sobre una capa de terreno con un comportamiento de tipo no drenado, situada sobre otra capa de terreno con un comportamiento de tipo drenado, permite aproximar la forma de los perfiles de movimientos en los extensómetros observados en la parte superior de la excavación.



*Figura 6.32. Efecto de los taludes de excavación en los movimientos verticales.
Estrato no drenado sobre estrato drenado.*

Efectivamente, en los perfiles topográficos de las fases de excavación A, B y C del perfil transversal del Extensómetro nº1, se aprecia la existencia de un gran acopio de material próximo a la situación de dicho extensómetro (especialmente en la fase C).

No obstante, y a pesar de que conceptualmente la presencia de taludes parece explicar los resultados de las mediciones, sigue existiendo una discordancia significativa entre los resultados medidos y las simulaciones realizadas en el Extensómetro nº1.

El hecho de que las simulaciones en el resto de extensómetros aproximen bien la tendencia de las medidas, lleva a considerar que en el Extensómetro nº1, la discordancia observada, pueda atribuirse a una falta de información de determinadas fases de excavación o a algún error en las mediciones.

6.5. Simulación con el modelo BBM con Code Bright

Para reproducir los movimientos generados por la desecación del terreno durante la excavación, se utiliza el modelo BBM junto con el modelo de Van Genuchten para la curva de retención (ambos implementados en Code Bright), tal y como se ha expuesto en el Capítulo 5 del presente trabajo.

6.5.1. Geometría adoptada

Para estudiar el efecto de la desecación del terreno, se simplificará la estratigrafía utilizada en las simulaciones con Plaxis, puesto que no se dispone de los parámetros del modelo BBM para cada uno de los materiales de los diferentes estratos.

La simplificación realizada consiste en considerar una columna vertical de 12,5m de terreno cuaternario, con el nivel freático situado en su contorno inferior. Para estudiar el efecto de la desecación del terreno, se excavan los 5,0m superiores de dicha columna. En la *Figura 6.32* se muestra la geometría y la malla de elementos finitos utilizada.

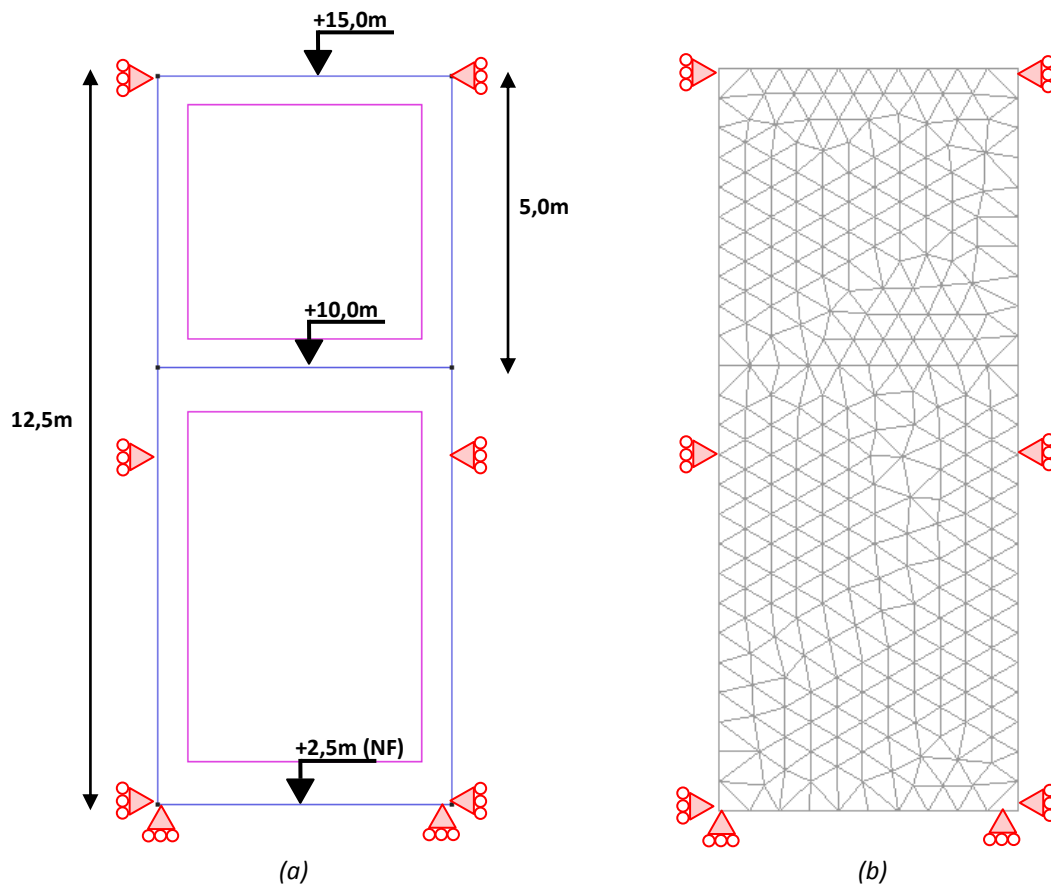


Figura 6.33. (a) Geometría de la simulación numérica, (b) Malla de la simulación numérica.

6.5.2. Método de simulación de la desecación

El efecto de la descarga mecánica producida por la excavación del terreno se ha simulado previamente con el modelo HS-SS de Plaxis.

A los resultados obtenidos con dicho modelo, debe añadirse el efecto de la desecación del suelo durante la excavación, producida únicamente por la modificación de las condiciones de contorno hidráulicas, y no por la descarga mecánica de tierras.

Para ello, inicialmente se impone, en el contorno superior (cota +15,0m), una determinada succión, obtenida a partir de la humedad relativa atmosférica (calculada a partir de los registros del año 2011 y 2012 de la ciudad de Barcelona) de acuerdo a la ecuación psicrométrica:

$$s = \frac{-8,314 \cdot 10^{-3} \text{ J/molK} \cdot (273,15 + 25) \text{ K} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3}{0,018 \text{ kg/mol}} \ln(0,675) = 54,1 \text{ MPa} \quad (6.1)$$

Posteriormente, tras excavar el terreno, se impone en el nuevo contorno superior del mismo (cota +10,0m), la misma succión que se ha impuesto anteriormente en la superficie inicial del suelo (*Figura 6.33*).

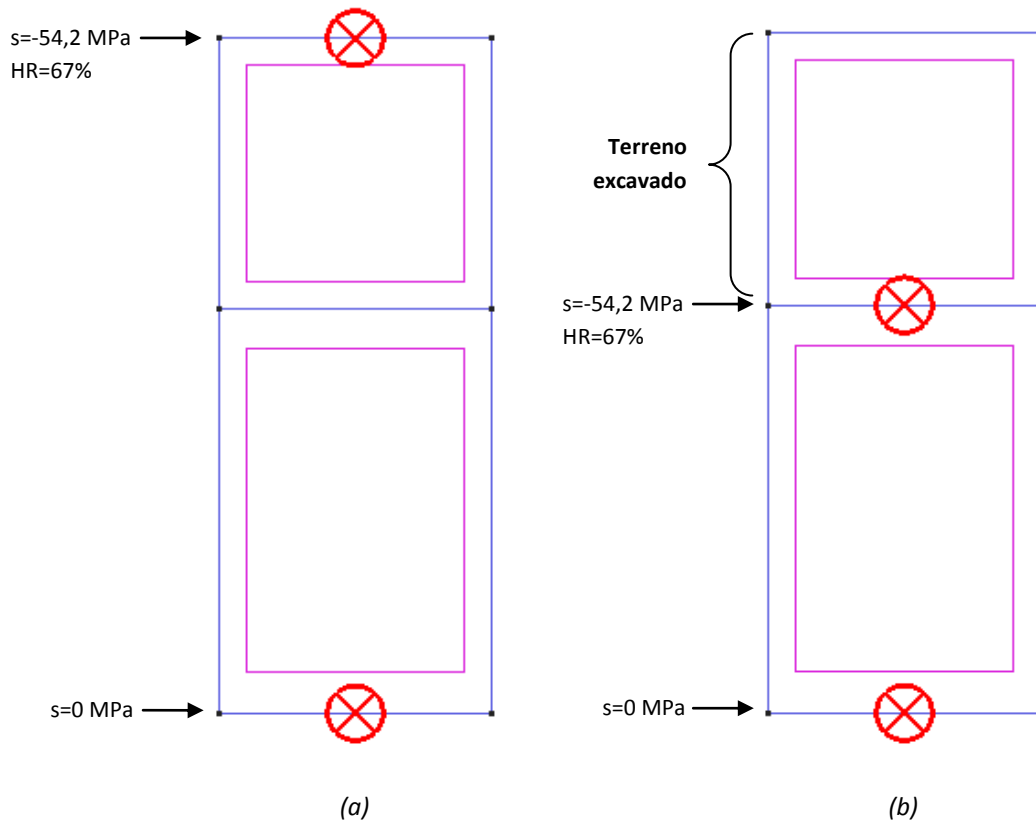


Figura 6.34. (a) CC antes de la excavación, (b) CC después de la excavación.

6.5.3. Parámetros del modelo

6.5.3.1. Parámetros del modelo BBM

Los parámetros utilizados en el modelo BBM se basan en los propuestos en Barrera (2002), donde el autor caracteriza la arcilla roja de Barcelona, de origen cuaternario.

Dichos parámetros se proporcionan en la siguiente tabla:

Símbolo	Parámetro	Valor
$\lambda(0)$	Coeficiente de compresibilidad elastoplástico del suelo en condiciones saturadas con respecto a p'	0,073
$\lambda(s)$	Coeficiente de compresibilidad elastoplástico del suelo en condiciones no saturadas con respecto a p'	0,060
κ	Coeficiente de compresibilidad elástico con respecto a p'	0,005
p^c	Presión de referencia	0,07 kPa
r	Parámetro que controla la compresibilidad del suelo	0,782
β	Parámetro que controla la compresibilidad del suelo	155 MPa ⁻¹
λ_s	Parámetro de rigidez con respecto a los cambios de succión para el estado virgen del suelo	0,005
κ_s	Parámetro de rigidez elástica para cambios de succión	0,001
ν	Coeficiente de Poisson	0,33
M	Pendiente de la línea de estado crítico	1,155
α	Parámetro de la regla de flujo	0,60
k_s	Parámetro que relaciona la cohesión con la succión	0,42

Tabla 6.5. Parámetros utilizados para el modelo BBM (Barrera, 2002)

6.5.3.2. Parámetros del modelo de Van Genuchten

Para modelizar la curva de retención en el suelo se utiliza el modelo de Van Genuchten (1980).

Barrera (2012) proporciona los parámetros de las curvas del modelo de Van Genuchten según la expresión (6.2), para diferentes valores del índice de poros.

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{Sr - Sr_r}{Sr_s - Sr_r} = \left(\frac{1}{1 + (\alpha s)^n} \right)^m \quad (6.2)$$

$e=\phi/(1-\phi)$ [-]	ρ_d [g/cm ³]	α (MPa ⁻¹)	m [-]	n [-]
0,87	1,45	15,25	0,27	1,38
0,75	1,55	15,95	0,25	1,34
0,64	1,65	17,60	0,23	1,30
0,55	1,75	23,80	0,20	1,24
0,53	1,77	27,80	0,19	1,23

Tabla 6.6. Parámetros del modelo de Van Genuchten para diferentes valores del índice de poros (Barrera, 2002)

Las ecuaciones del modelo de Van Genuchten, implementadas en Code Bright, son las siguientes:

$$\Theta = \frac{Sr - Sr_r}{Sr_s - Sr_r} = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(1 + \left(\frac{s}{P(\phi)} \right)^{\frac{1}{1-\lambda(\phi)}} \right)^{-\lambda(\phi)} \quad (6.3)$$

$$P(\phi) = P_0(\phi) \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (6.4)$$

$$P_0(\phi) = P_0 \exp(a(\phi_0 - \phi)) \quad (6.5)$$

$$\lambda(\phi) = \lambda \exp(b(\phi_0 - \phi)) \quad (6.6)$$

Donde en las expresiones anteriores, s es la succión, P_0 es una presión de referencia tomada a una determinada temperatura, σ es la tensión superficial del agua, σ_0 es la tensión superficial del agua tomada a la misma temperatura que P_0 , ϕ_0 es una porosidad de referencia, λ es una función de forma de la curva y a y b son parámetros del modelo que introducen una dependencia con ϕ .

Los parámetros de las expresiones del modelo de Van Genuchten (6.3) que se han utilizado en la simulación realizada en el presente trabajo, se obtienen mediante ajuste con mínimos cuadrados a partir de los parámetros de Barrera (2002) de la Tabla 6.6. Se considera en todo momento $Sr_r = \theta_r \cong 0$. En la Figura 6.34 se puede ver el resultado del ajuste realizado.

La función objetivo se expresa como:

$$J(s, P_0, \lambda, a, b, \phi_0) = \sum \left(Sr_i(s, P_0, \lambda, a, b, \phi_0)^2 - \widehat{Sr}_i^2 \right) \quad (6.7)$$

Donde \widehat{Sr}_i es el valor del grado de saturación según los datos de Barrera (2002), discretizados utilizando la expresión (6.2) y $Sr_i(s, P_0, \lambda, a, b, \phi_0)$ es el valor del grado de saturación según la expresión (6.3).

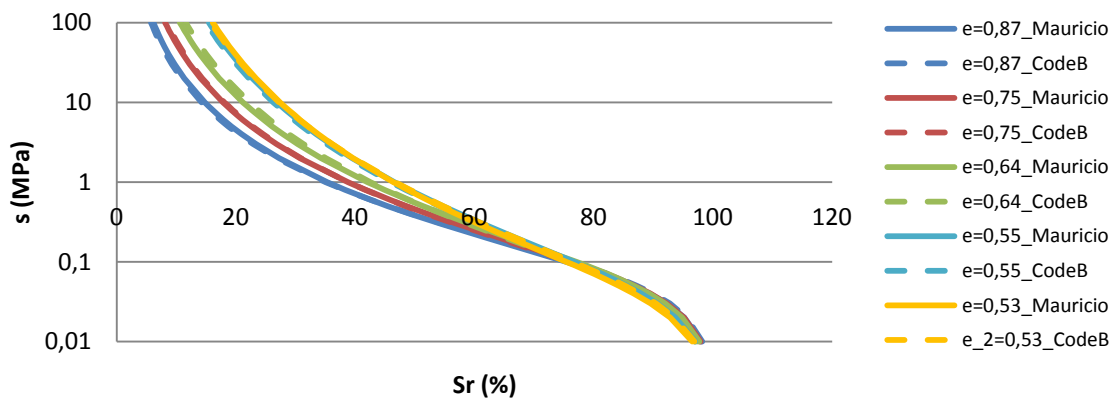


Figura 6.35. Ajuste con mínimos cuadrados de los parámetros para la curva de retención.

Los parámetros resultantes son los proporcionados en la siguiente tabla:

ϕ_0 [-]	a [-]	b [-]	λ [-]	P_0 [MPa]
0,465	-4,66	-3,28	0,28	0,07

Tabla 6.7. Parámetros resultantes del ajuste con mínimos cuadrados

6.5.3.3. Parámetros introducidos en Code Bright

En base a lo anterior, los parámetros introducidos en los modelos de Code Bright, se muestran en las Tablas 6.8 a 6.17.

Debe destacarse que en la simulación numérica realizada se ha utilizado la ley generalizada (6.8) para la permeabilidad intrínseca $k_{rw} = k_{rw}(Sr)$, en vez de la expresión dada en (5.18). La expresión (6.8) aproxima mejor los resultados de las medidas.

$$k_{rw} = A\theta^{\bar{m}} \quad (6.8)$$

En (6.8) θ es la saturación efectiva y A y \bar{m} son parámetros del modelo.

En la simulación numérica se ha utilizado $e = 0,65$, de acuerdo a los datos disponibles (pendiente de revisión en función de los resultados de las muestras de suelo tomadas). A partir de dicho valor, se calcula $\phi = 0,39$, y con (6.5) y (6.6), $P_0(\phi) = 0,05 \text{ MPa}$ y $\lambda(\phi) = 0,22$.

ELASTICIDAD NO LINEAL (ICL = 4 ITYCL = 1)				
P1	a_1	[-]	$= -\kappa/(1+e)$, donde κ es la pendiente de la curva de descarga/recarga en el plano $e - \ln p'$	-0,00303
P2	a_2	[-]	$= -\kappa_s/(1+e)$, donde κ_s es la pendiente de la curva de descarga/recarga en el plano $e - \ln \left(\frac{s+0,1}{0,1} \right)$	-0,00061
P4	G	[MPa]	Módulo de corte	-39
P6	$Tens$	[MPa]	Término de tensión para evitar tracciones ($p' - tens \leq 0$)	0,1
P7	K_{min}	[MPa]	Coefficiente volumétrico mínimo	1,0

Tabla 6.8. Parámetros del modelo elástico no lineal

VISCOPLASTICIDAD PARÁMETROS GENERALES 1 (ICL = 34 ITYCL = 1)				
P1	Γ_0	[1/s]	Viscosidad	1000
P2	N	[-]	Potencia de la función de tensión	5
P3	F_0	[MPa]	Parámetro de la función de tensión	1
P5	b	[-]	Parámetro de no asociatividad	0,3

Tabla 6.9. Parámetros (1) del modelo viscoplastico

VISCOPLASTICIDAD PARÁMETROS GENERALES 2 (ICL = 35 ITYCL = 1)				
P1	n	[-]	Potencia en F y G	1
P2	γ	[-]	Parámetro en F y G	-0,111
P5	μ_{DRY}	[-]	$\mu_{DRY} = M_{DRY}$	1,155
P7	$(J_1^{0*})_F$	[MPa]	Tamaño inicial de F	3
P8	$(J_1^{0*})_G$	[MPa]	Tamaño inicial de G	3
P9	a	[-]	Parámetro en F y G	3
P10	μ_{SAT}	[-]	$\mu_{SAT} = M_{SAT}$	1,155

Tabla 6.10. Parámetros (2) del modelo viscoplastico

VISCOPLASTICIDAD PARÁMETROS GENERALES 3				
(ICL = 36 ITYCL = 1)				
P1	κ	[-]	Coeficiente de compresibilidad elástico	0,005
P2	$\lambda(0)$	[-]	Coeficiente de compresibilidad elastoplástico	0,073
P3	r	[-]	Parámetro que controla la compresibilidad	0,782
P4	β	[MPa ⁻¹]	Parámetro que controla la compresibilidad	155
P5	p^c	[MPa]	Presión de referencia	0,00007
P7	k_2	[-]	$= -3k_s$	-1,26
P8	k_3	[-]	$= 3k_s$	1,26

Tabla 6.11. Parámetros (3) del modelo viscoplastico

CURVA DE RETENCIÓN				
(ICL = 6 ITYCL = 1)				
P1	P_0	[MPa]	Presión de referencia tomada a T=20°C	0,05
P2	σ_0	[N/m]	Tensión superficial medida a T=20°C	0,072
P3	λ	[-]	Parámetro de forma de la curva de retención	0,22
P4	S_{rl}	[-]	Saturación residual	0,01
P5	S_{ls}	[-]	Saturación máxima	1

Tabla 6.12. Parámetros del modelo de Van Genuchten para la curva de retención

PERMEABILIDAD INTRÍNSECA				
(ICL = 7 ITYCL = 1)				
P1	$(k_{11})_0$	[m ²]	Permeabilidad intrínseca en 1ª dirección ppal.	$2,3 \cdot 10^{-16}$
P2	$(k_{22})_0$	[m ²]	Permeabilidad intrínseca en 2ª dirección ppal.	$2,3 \cdot 10^{-16}$
P3	$(k_{33})_0$	[m ²]	Permeabilidad intrínseca en 3ª dirección ppal.	$2,3 \cdot 10^{-16}$

Tabla 6.13. Parámetros para la permeabilidad intrínseca

PERMEABILIDAD RELATIVA DE LA FASE LÍQUIDA				
(ICL = 14 ITYCL = 6)				
P2	A	[-]	Parámetro de forma de la curva de retención	1
P3	λ	[-]	Parámetro de forma de la curva de retención	3
P4	S_{rl}	[-]	Saturación residual	0,01
P5	S_{ls}	[-]	Saturación máxima	1

Tabla 6.14. Parámetros de permeabilidad relativa según modelo generalizado

PROPIEDADES DE LA FASE SÓLIDA				
(ICL = 10 ITYCL = 1)				
P1	C_s	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	Calor específico	1000
P2	ρ_s	[kg m ⁻³]	Densidad de las partículas sólidas	2700
P3	α_s	[°C ⁻¹]	Coeficiente de expansión térmica	0
P4	T_0	[°C]	Temperatura de referencia para la expansión térmica	40
P7	$1/K_s$	[MPa ⁻¹]	Compresibilidad de la fase sólida ante cambios de tensión	0
P8	p_0	[MPa]	Presión de referencia para la compresibilidad	1

Tabla 6.15. Parámetros de propiedades de la fase sólida

PROPIEDADES DE LA FASE LÍQUIDA				
(ICL = 15 ITYCL = 1)				
P1	ρ_0	[kg m ⁻³]	Densidad del agua	1000
P2	β	[MPa ⁻¹]	Parámetro de compresibilidad	4,5·10 ⁻⁴
P3	α	[°C ⁻¹]	Coefficiente de expansión volumétrica	-3,4·10 ⁻⁴
P4	γ	[-]	Coefficiente de variación de soluto	0,6923
P5	P_{lo}	[MPa]	Presión de referencia	0,1

Tabla 6.16. Parámetros (1) de propiedades de la fase líquida

PROPIEDADES DE LA FASE LÍQUIDA				
(ICL = 16 ITYCL = 1)				
P1	A	[MPa s]	Viscosidad dinámica del agua	1002·10 ⁻⁶
P2	B	[K]	Parámetro exponencial	1808,5

Tabla 6.17. Parámetros (2) de propiedades de la fase líquida

6.5.4. Resultados de la simulación

En las Figuras 6.35 a 6.37, se muestra la evolución de las presiones de agua en la columna de tierras.

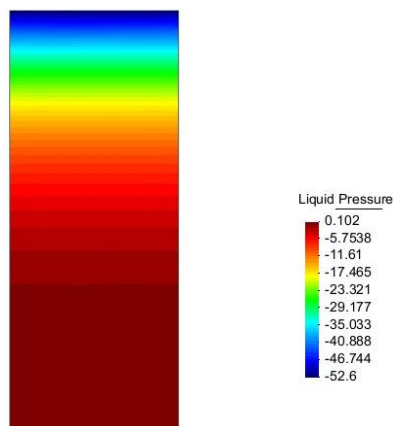


Figura 6.36. Distribución inicial de presiones de agua en la columna de tierras.

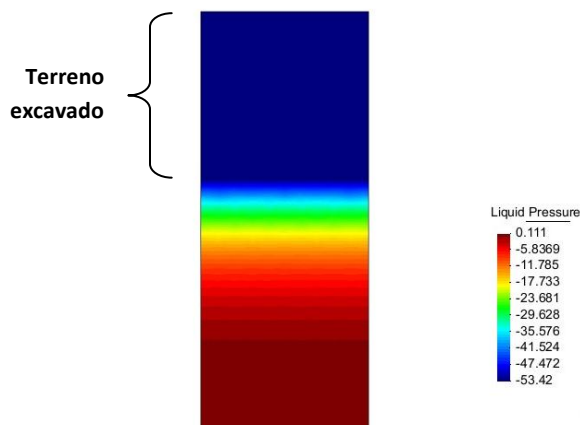


Figura 6.37. Distribución final de presiones de agua en la columna de tierras.

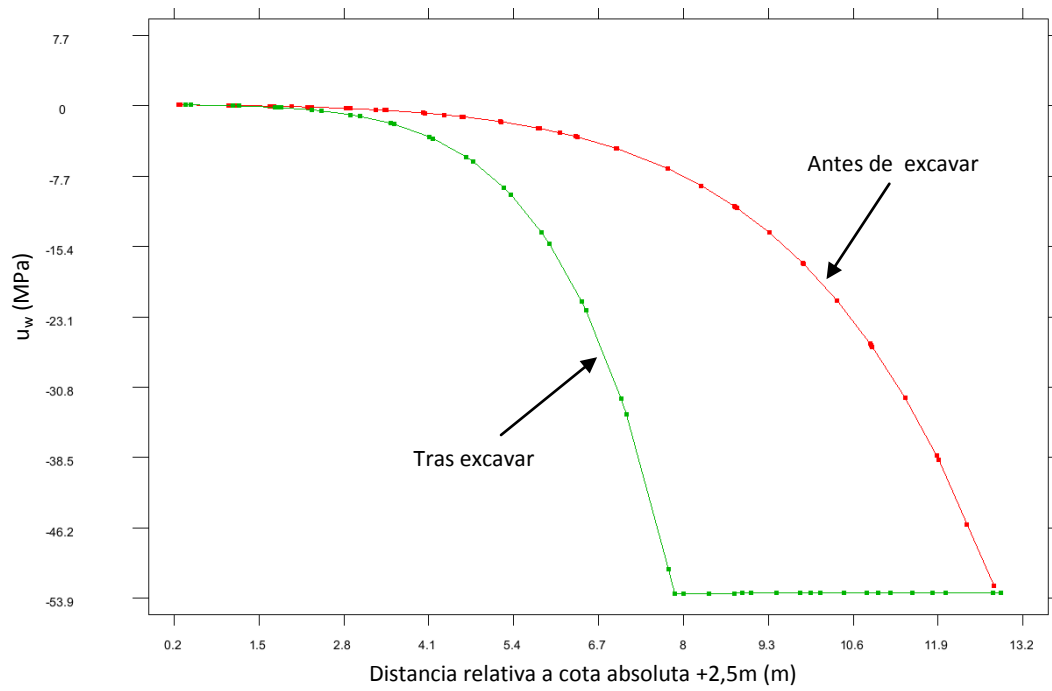


Figura 6.38. Distribución de presiones de agua en un corte vertical.

En las Figuras 6.38 a 6.40, se muestra la evolución del grado de saturación en la columna de tierras.

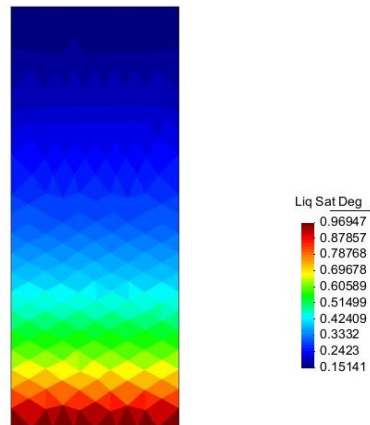


Figura 6.39. Distribución inicial del grado de saturación en la columna de tierras.

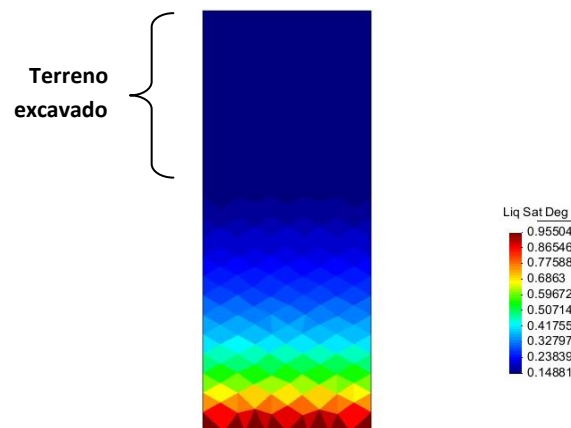


Figura 6.40. Distribución final del grado de saturación en la columna de tierras.

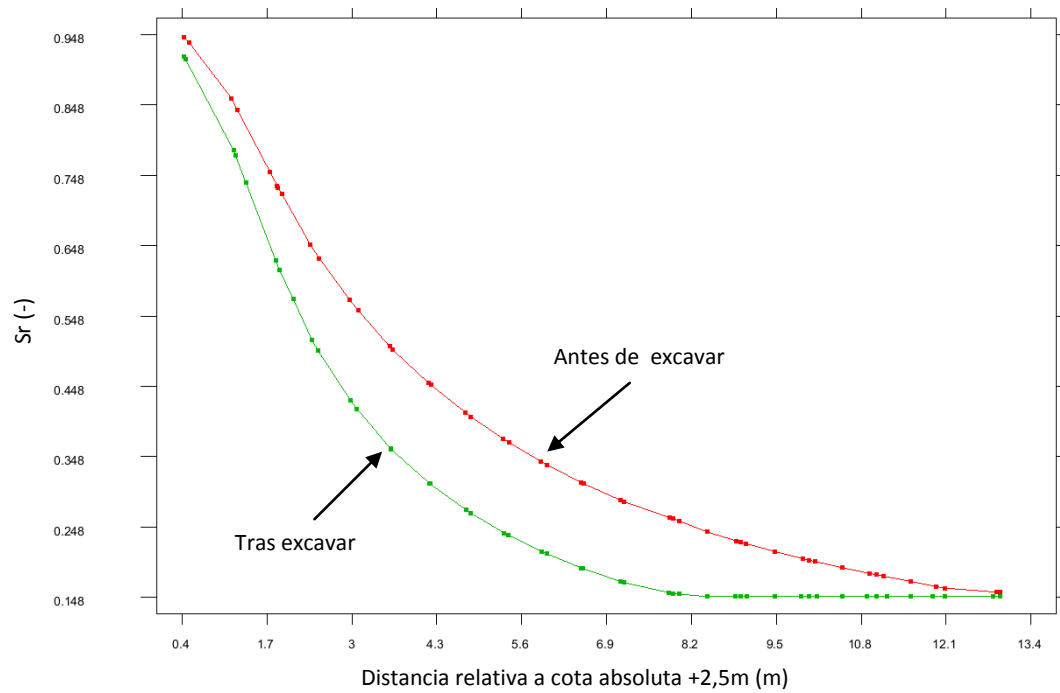


Figura 6.41. Distribución del grado de saturación en un corte vertical.

Finalmente, en la Figura 6.41 se muestra el perfil de desplazamientos generados por la desecación del terreno.

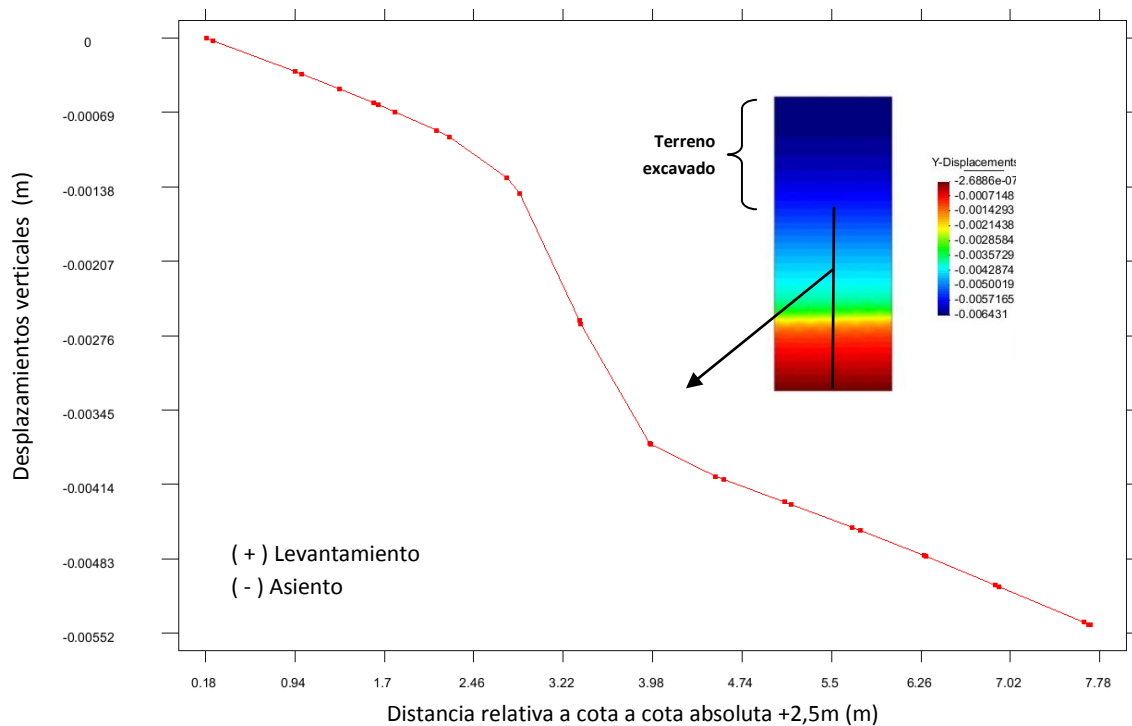


Figura 6.42. Perfil de desplazamientos tras la desecación del terreno.

Como se ha comentado, en la simulación realizada, se ha calculado el proceso de desecación del suelo tras excavar 5,0m de tierras en una columna de 12,5m de terreno cuaternario. Este caso se corresponde

únicamente con las primeras fases de excavación en determinadas zonas del vaso de La Sagrera. No obstante, en primera aproximación, es posible extrapolar los resultados obtenidos a posteriores fases de excavación, teniendo en cuenta, entre otros, el abatimiento del nivel freático en dichas fases.

En las Figuras 6.42 y 6.43 se consideran conjuntamente los resultados obtenidos con el modelo HS-SS de Plaxis (Figuras 6.29 a 6.30) y los resultados obtenidos de la aplicación del modelo BBM con Code Bright. Ello se hace para el Extensómetro nº3 y nº4, al ser los que proporcionan unos resultados más nítidos. Con el objetivo de mejorar la comparativa de los resultados obtenidos, se muestran de nuevo las medidas de todas las lecturas del Extensómetro nº4 en la Figura 6.44.

6.5.5. Conclusiones

A partir de los resultados numéricos obtenidos, se concluye:

- 1) La retracción por desecación del terreno es capaz de explicar las medidas de los extensómetros en las zonas próximas a la superficie del terreno. Este efecto se ha simulado mediante el modelo BBM, el modelo de Van Genuchten para la curva de retención y la ley generalizada para el cálculo de la permeabilidad relativa.
- 2) La combinación del modelo HS-SS con el modelo BBM permite aproximar bien la tendencia de las medidas de los extensómetros.
- 3) Para una mejor aproximación en los resultados de la simulación de la retracción por desecación del terreno, sería aconsejable realizar los ensayos necesarios para verificar los principales parámetros del modelo BBM (especialmente κ_s) en los estratos relevantes. Asimismo, sería conveniente realizar un análisis secuencial según las fases de excavación. Con este objetivo, está previsto ensayar el suelo obtenido en la muestras bloques extraída.

6.5.6. Resultados de la aproximación analítica del BBM

Se aplica a continuación la expresión de la aproximación analítica del desplazamiento elástico del terreno generado por la desecación del mismo, obtenida en el Capítulo 5. Para ello, se utilizan los mismos parámetros empleados en la simulación con Code Bright.

$$\Delta u_{vs}^e = -\frac{\kappa_s}{v} \ln \left(\frac{s_f(\xi) + u_a}{s_0(\xi) + u_a} \right) (z_f - z_0) \quad (6.9)$$

Se calcula un orden de magnitud de Δu_{vs}^e , supuesto dicho desplazamiento homogéneo en toda la columna de tierras, en base a valores lógicos de $s_0(\xi)$ y $s_f(\xi)$. Los resultados son consistentes.

$s_0(\xi)$ [MPa]	$s_f(\xi)$ [MPa]	$(z_f - z_0)$ [m]	Δu_{vs}^e [mm]
3	7	7,5	3,7
4	15	7,5	5,9
7	50	7,5	8,8

Tabla 6.18. Orden de magnitud de Δu_{vs}^e

Resultados Extensómetro 3 (HS-SS + BBM)

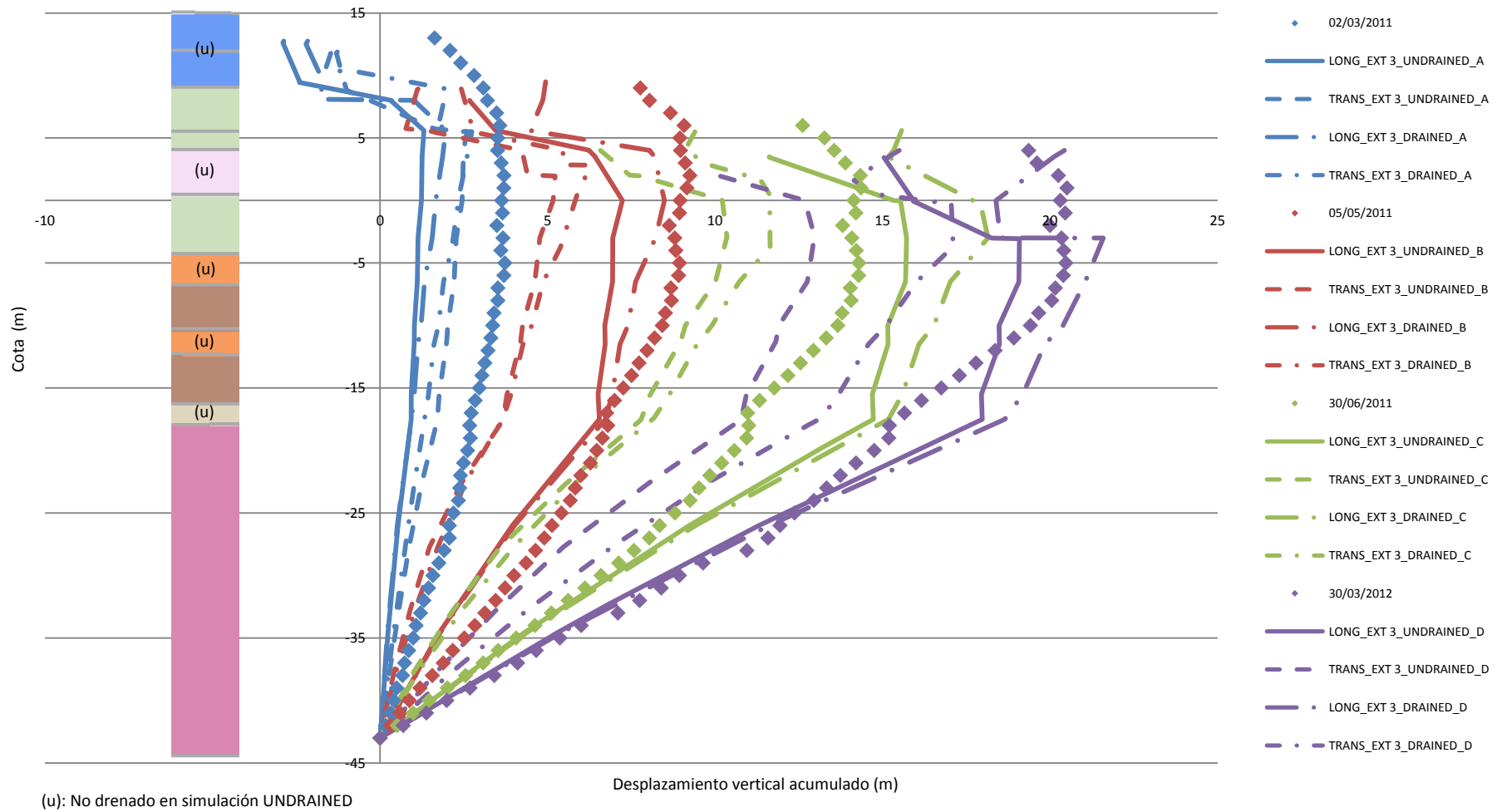


Figura 6.43. Resultados integrados Extensómetro nº3 con columna estratigráfica.

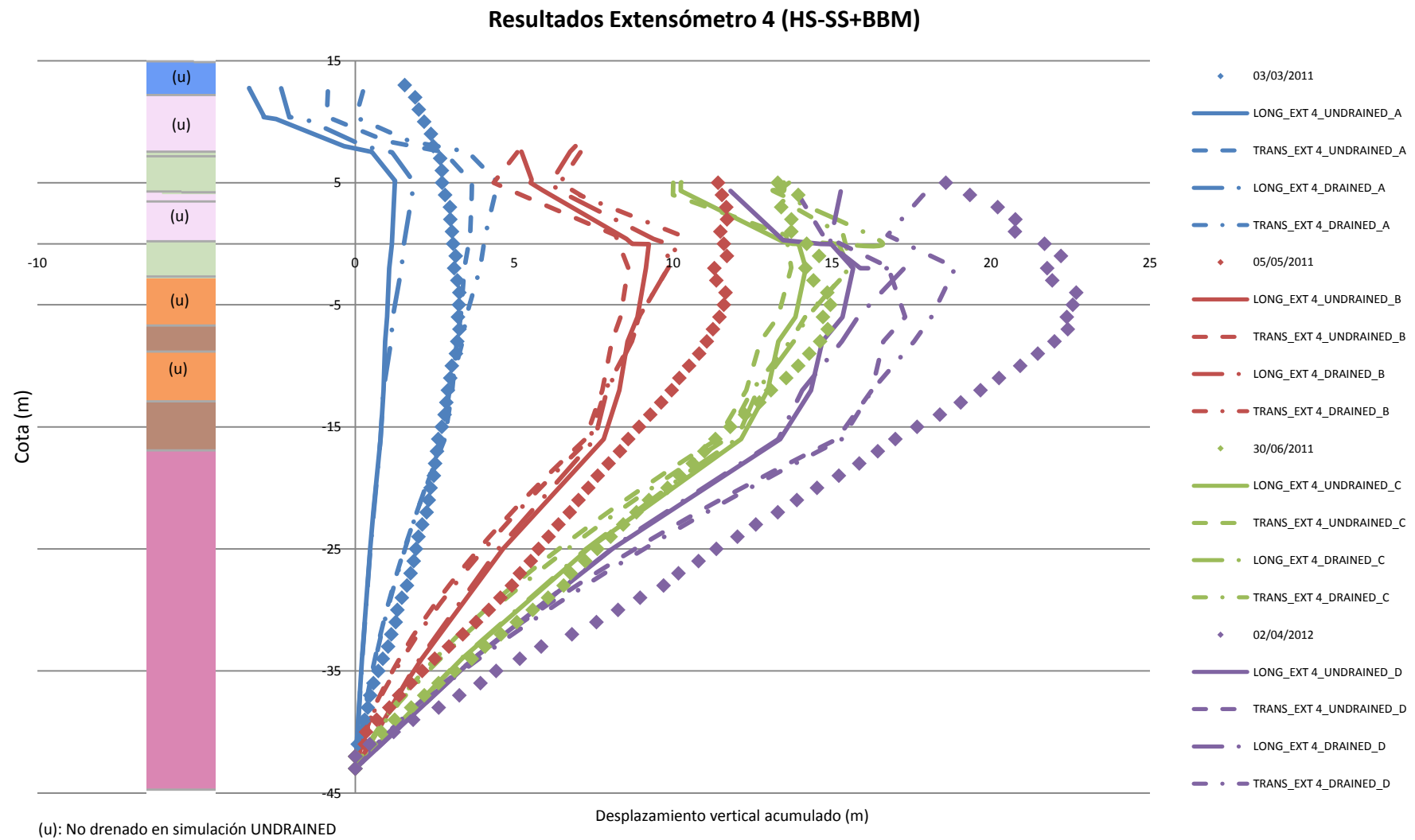


Figura 6.44. Resultados integrados Extensómetro nº4 con columna estratigráfica.

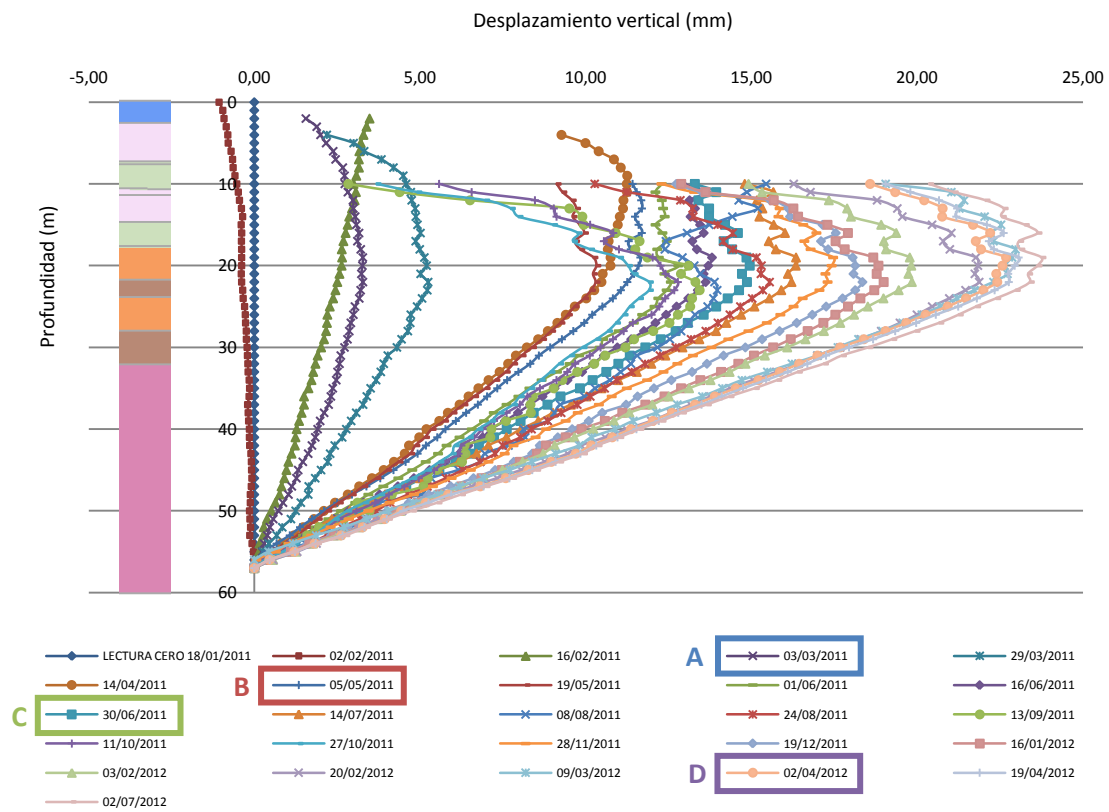


Figura 6.45. Desplazamientos acumulados en todas las lecturas realizadas del Extensómetro nº4.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Conclusiones

A continuación, se exponen las principales conclusiones de este trabajo.

1) NUEVAS NECESIDADES EN LA MODELACIÓN DE SUELOS

Los actuales estándares en la práctica de la ingeniería geotécnica consideran fundamental utilizar modelos que permitan simular el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones.

Para el éxito en su aplicación, estos modelos deben tener en cuenta el comportamiento no lineal e histerético del terreno, deben poder combinarse fácilmente con modelos elastoplásticos y deben requerir pocos parámetros, que a su vez sean conceptualmente sencillos y experimentalmente fáciles de obtener.

2) MARCO TEÓRICO

Existe un amplio marco teórico que permite modelizar el comportamiento del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, si bien, las teorías que contemplan dicho marco suelen ser complejas y de difícil implementación numérica.

Se ha revisado dicho marco teórico, especialmente los modelos $K - G$ paraelásticos no lineales, con el objetivo de analizar los modelos utilizados en el presente trabajo.

Asimismo, se ha revisado el marco teórico del problema hidromecánico en suelos parcialmente saturados. Este marco teórico proporciona las herramientas para analizar el problema de retracción por desecación en suelos. Dicho problema es considerado en una de las simulaciones numéricas del presente trabajo.

3) MODELO “SMALL STRAIN OVERLAY MODEL”

El modelo “Small Strain Overlay Model” (SSOM) de Benz, es un modelo que tiene en cuenta el comportamiento no lineal e histerético del terreno, permite su combinación con modelos elastoplásticos y requiere pocos parámetros sencillos de interpretar y de obtener experimentalmente.

En el análisis teórico del modelo SSOM realizado, se ha detectado un conjunto de inconsistencias a nivel constitutivo y algorítmico.

Inconsistencias constitutivas:

- Inconsistencias en la reproducción del comportamiento no lineal del suelo.
 - a) Degradación de los denominados pseudo-módulos volumétrico secante \hat{K}_s y tangente \hat{K}_t con la variable de historia $\gamma_{HIST} = f(de_1, de_2, de_3)$. Ello puede dar lugar a la generación de energía en ciclos cerrados, por un incumplimiento de los principios termodinámicos. Esta dependencia no se observa habitualmente en el comportamiento experimental de suelos, donde sí suele observarse la dependencia $K_s = K_s(\epsilon_{oct})$ y $K_t = K_t(\epsilon_{oct})$.
 - b) Alteración de los valores de la rigidez volumétrica y de la rigidez al corte del modelo SSOM respecto a un modelo $K - G$ elástico no lineal.

$$\hat{\mathbf{E}}_t^{SSOM} = \left(\hat{K}_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} + \left[(\hat{K}_t - \hat{K}_s) - \frac{2}{3} (G_t - G_s) \right] \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2(G_t - G_s) \mathbb{I}$$

$$\mathbf{E}_t^{K-G} = \left(K_s - \frac{2}{3} G_s \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G_s \mathbb{I} + (K_t - K_s) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{4}{3} \frac{(G_t - G_s)}{\gamma_{oct}^2} \mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$$

- c) En el modelo SSOM se asume $G_0 = G_0(\gamma_{HIST}, \sigma_3)$. Esta doble no linealidad no es tratada adecuadamente en la deducción teórica de las expresiones del modelo.
- Inconsistencias en la reproducción del comportamiento histerético del suelo.
 - a) El modelo SSOM no cumple la tercera y cuarta de las Reglas de Masing extendidas, y por lo tanto, se trata de un modelo paraelástico incompleto. Esto se debe a que, en el triple modelo de Simpson considerado, la variable de historia γ_{HIST} sólo almacena el último punto de reversión en las direcciones principales de $d\mathbf{e}$. Ello puede dar lugar a un incumplimiento de los principios termodinámicos, y no permite reproducir el comportamiento histerético del terreno bajo la acción de cargas cíclicas asimétricas.

Inconsistencias algorítmicas:

- Uno de las principales causas de las inconsistencias detectadas en el modelo SSOM, es el criterio utilizado en su algoritmo para definir los puntos de reversión. Dicho criterio depende únicamente de $sign\left(\lambda_{s_i}^k ((H_s^k)_{ii} - 1)\right)$, que es muy sensible a oscilaciones numéricas.

Adicionalmente, es necesario tener presente que en la generalización al caso multiaxial, sería conveniente considerar $G_0 \sim (\sigma_{oct})^m$ en vez de $G_0 \sim (\sigma_3)^m$.

4) MODELO “HARDENING SOIL-SMALL”

El modelo “Hardening Soil-Small” (HS-S) de Benz combina el modelo SSOM con el modelo “Hardening Soil” (HS) de Schanz, implementado en Plaxis, tratando de minimizar el grado de interacción entre ambos modelos, con el objetivo de simplificar su formulación numérica.

Se han detectado algunos elementos a mejorar en el modelo HS-S (al margen de las inconsistencias asociadas al modelo SSOM mencionadas anteriormente):

- El modelo HS-S aplica la segunda de las Reglas de Masing extendidas mediante una modificación de las reglas de flujo de las superficies de fluencia, en vez de hacerlo mediante un decremento de la rigidez elástica. Dicha modificación de las reglas de flujo da lugar a un incremento de las deformaciones plásticas durante la carga noval.
- El modelo no considera la no linealidad del módulo elástico E cuando interviene en la formulación de las superficies de fluencia del modelo HS, puesto que en todo momento en dicha formulación se utiliza $E = E_{ur}$. Por otro lado, en los análisis multiaxiales, sería conveniente formular la dependencia de la rigidez elástica de dichas superficies de fluencia, en función de los módulos elásticos volumétrico (K) y de corte (G), en vez del módulo elástico E .

5) MODELO “HARDENING SOIL WITH SMALL STRAIN STIFFNESS”

El modelo “Hardening Soil with Small Strain Stiffness” (HS-SS) es uno de los modelos implementados en el programa geotécnico de elementos finitos Plaxis, y se basa en los modelos SSOM y HS-S de Benz.

En el análisis del modelo HS-SS realizado, se ha detectado un conjunto de inconsistencias a nivel numérico.

Inconsistencias numéricas:

- Oscilaciones no controladas de origen numérico.
 - a) Reversiones generadas por oscilaciones en la deformación durante fases de consolidación. Estas reversiones alteran erróneamente la rigidez de cálculo.
 - b) Reversiones generadas por inversiones de la deformación durante fases de carga nula. Estas reversiones alteran erróneamente la rigidez de cálculo.
 - c) Reversiones generadas por inversiones de la deformación en cambios de fases de cálculo. Estas reversiones alteran erróneamente la rigidez de cálculo.
- Reversiones inducidas controladas.
 - a) Reversiones debidas a pequeñas descargas/recargas durante trayectorias de carga o recarga/descarga. Estas reversiones alteran erróneamente la rigidez de cálculo.

6) SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA EXCAVACIÓN DE LA SAGRERA

Se ha simulado numéricamente la excavación del vaso de La Sagrera con el objetivo de reproducir los desplazamientos medidos por los extensómetros instalados en la obra.

En dicha simulación, se ha utilizado el modelo HS-SS de Plaxis, que introduce el comportamiento no lineal e histerético del terreno en el rango de las pequeñas deformaciones, y el modelo BBM, implementado en Code Bright, que permite simular el efecto de la retracción por desecación del terreno.

A partir de los resultados obtenidos, se concluye:

- A pesar de las inconsistencias del modelo HS-SS detectadas, dicho modelo es capaz de aproximar bastante bien la tendencia de las medidas de los extensómetros (especialmente de los Extensómetros nº2, nº3 y nº4), salvo en la parte superficial del terreno excavado.
- El hecho de simular determinados estratos de baja permeabilidad como no drenados en la simulación con el modelo HS-SS, permite reproducir bien los desplazamientos a corto plazo observados en dichos estratos (especialmente en los Extensómetros nº3 y nº4), lo cual indica que en el momento de realizar las medidas, estos estratos estaban consolidando.
- Los resultados numéricos de las simulaciones transversales y longitudinales correspondientes al Extensómetro nº1 no reproducen correctamente la tendencia en las medidas tomadas. A pesar de que el efecto de taludes próximos al extensómetro es capaz de explicar conceptualmente el comportamiento observado, los resultados no ajustan bien las medidas. Se considera que esta discordancia entre resultados y medidas, puede atribuirse a una falta de información del movimiento de tierras en determinadas fases de excavación o a algún error en las medidas.
- El efecto de la desecación del terreno es capaz de explicar la retracción observada en las medidas de los extensómetros en las zonas próximas a la superficie del terreno. Este efecto se ha simulado mediante el modelo BBM, el modelo de Van Genuchten para la curva de retención y la ley generalizada para el cálculo de la permeabilidad relativa.
- Los resultados obtenidos a partir de la combinación del modelo HS-SS con el modelo BBM, aproximan de forma satisfactoria la tendencia de las medidas de los desplazamientos del terreno registradas por los extensómetros. Se concluye pues, que los mecanismos propuestos son capaces de explicar el comportamiento del terreno en la excavación de La Sagrera.
- Para una mejor aproximación en los resultados, deberán acabar de realizarse los ensayos para determinar los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$ que introducen el comportamiento no lineal en el modelo HS-SS. Se prevé realizar estos ensayos en los estratos relevantes (especialmente el PI1, donde se contempla aplicar técnicas de geofísica in situ).
- Durante la redacción de este trabajo, se ha extraído una muestra bloque del vaso de la excavación, de un estrato pliocuaternario (PQ2). A partir de esta muestra, se han tallado probetas y se ha realizado un ensayo de columna resonante. Los parámetros obtenidos en dicho ensayo, coinciden con los de referencia.

- Para una mejor aproximación en los resultados de la simulación de la retracción por desecación del terreno, sería aconsejable realizar los ensayos necesarios para verificar los principales parámetros del modelo BBM (especialmente κ_s) en los estratos relevantes. Asimismo, sería conveniente realizar un análisis secuencial según las fases de excavación. Con este objetivo, está previsto ensayar el suelo obtenido en las muestras bloques extraídas.

7.2. Próximas fases de investigación

Los próximos trabajos previstos, dentro de la presente línea de investigación, son los siguientes:

- 1) Finalizar los ensayos de columna resonante y los ensayos triaxiales con “bender elements” sobre probetas obtenidas a partir de las muestras bloques extraídas del vaso de excavación de La Sagrera, con el objetivo de determinar los parámetros G_0 y $\gamma_{0,7}$ del modelo HS-SS de los principales estratos del terreno. Asimismo, se contempla realizar ensayos de geofísica sobre la unidad terciaria.
- 2) Realizar los ensayos para obtener los parámetros del modelo BBM que controlan el comportamiento de retracción por desecación del suelo, especialmente el parámetro κ_s .
- 3) En base a los parámetros obtenidos en los ensayos de laboratorio, se revisarán y ajustarán los parámetros utilizados en las simulaciones numéricas realizadas en el presente trabajo.
- 4) Desarrollar un modelo paraelástico no lineal que solvete el conjunto de inconsistencias teóricas y numéricas detectadas en los modelos “Small Strain Overlay Model” (SSOM), “Hardening Soil-Small” (HS-S) y “Hardening Soil-Small” (HS-S). Dicho modelo se enfocará al uso aplicado en la práctica habitual de la ingeniería geotécnica, y debe ser capaz de combinarse con modelos elastoplásticos.
- 5) Implementar el modelo desarrollado en un código de elementos finitos.
- 6) Verificar y validar el modelo desarrollado.

Referencias

- Aitchison, G.D. (1961). "Relationships of moisture stress and effective stress functions on unsaturated soils". Pore pressure and Suction in Soils, Butterworths, London, pp. 47-52.
- Al-Tabaa, A. y Wood, D.M. (1989). "An experimentally based 'bubble' model for clay". Int. Conf. Num. Models Geomech., NUMOG III, Edt. Piertruszcak & Pande, Balkema, pp. 91-99.
- Alonso, E. E., Gens, A. y Josa, A. (1990). "A constitutive model for partially saturated soils." Géotechnique, Vol. 40, No. 3, pp. 405-430.
- Alonso, E.E. (1993). "Soils: Recent developments and applications. Ch: Constitutive modellinf of unsaturated soils". Unsaturated. Civil Engineering European courses programme of continuing education.
- Alonso, E.E., Vaunat, J. y Gens A. (1999). "Modelling the mechanical behaviour of expansive clays". Engineering Geology, Elsevier Applied Science, Vol. 54, pp. 173-183,.
- Barrera, M. (2002). "Estudio experimental del comportamiento hidro-mecánico de suelos saturados". PhD Thesis, DETCG, UPC.
- Benz, T. (2007). "Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences". PhD Thesis. Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart.
- Biarez, J. y Hicher, P.Y. (1994). "Elementary Mechanics of Soil Behaviour". Balkema.
- Bishop, A.W. (1959). "The Principle of Effective Stress", Technisk Ukeflad, No.39.
- Bolzon, G., Schrefler, B. A. y Zienkiewicz, O. C. (1996). "Elastoplastic soil constitutive laws generalised to partially saturated states". *Geotechnique*, Vol. 46, No. 2, pp. 279-289.
- Boyce, H.R. (1980). "A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading". Int. Symp. Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, U.K., Vol.1, pp. 285-294.
- Burland, J. B. (1964). "Effective stress in partly saturated soils. Discussion on 'some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils'", de G. E. Blight y A. W. Bishop. Géotechnique, Vol. 14, pp. 65-68.
- Buscarnera, G. y Nova, R. (2009). "An elastoplastic strainhardening model for soil allowing for hydraulic bonding-debonding effects". Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech, Vol. 33, pp. 1055-1086.
- Chen, W.F. y Mizuno, E. (1990). "Nonlinear analysis in soil mechanics. Theory and implementation". Developments in Geotechnical Engineering, Elsevier, Vol. 53.

Chiu, C.F. y Ng, C.W.W. (2003). "A state-dependent elasto-plastic model for saturated and unsaturated soils". *Géotechnique*, Vol. 53, No. 9, pp. 809-829.

Coon, M.D. y Evans, R.J. (1972). "Incremental constitutive laws and their associated failure criteria with applications to plain concrete". *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 8, pp. 1169-1183.

Croney, D., Coleman, J.D. y Black, W.P.M. (1958). "Studies of the movement and distribution of water in soil in relation to highway design and performance". Highway Research Board, Special Report Washington D.C., Vol. 40, pp. 226-252.

Cui Y.J., Delage P. y Sultan N. (1995). "An elasto-plastic model for compacted soils". *Proc. 1st Int. Conf. on Unsaturated Soils UNSAT'95*, Paris, Balkema, Rotterdam, Vol. 2, pp. 703-709.

Cui Y.J. y Delage P. (1996). "Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt". *Géotechnique*, Vol. 46, No. 2, pp. 291-311.

Dafalias, Y.F. (1975). "On cyclic and anisotropic plasticity: (i) A general model including material behaviour under stress reversals, (ii) Anisotropic hardening for initially orthotropic materials", PhD Thesis, University of California, Berkeley.

Davis, R.O. y Mullenger, G. (1979). "A simple rate-type constitutive representation for granular media". *Proc. 3rd Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics*, Aachen Germany, Vol. 1, pp. 415-421.

Desai, C.S. (1980). "A general basis for yield, failure and potential functions in plasticity". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 4, pp. 361-375.

Drucker, D.C. (1951). "A more fundamental approach to plastic stress-strain relations". *Proc., 1st U.S. National Congress on Applied Mechanics*, ASME, pp. 487-491.

Duncan, J.M. y Chang, C.Y. (1970). "Nonlinear analysis of stress and strain in soils". *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE*, Vol. 96 (SM5), pp. 1629-1653.

Evans, R.J. y Pister, K.S. (1966). "Constitutive equations for a class of nonlinear elastic solids". *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 2(3), pp. 427-445.

Fredlund, D.G. y Morgenstern, N.R. (1977). "Stress State Variables for Unsaturated Soils". *Journal of Geot. of Div. ASCE*, Vol. 103(GT5), pp. 447-466.

Gallipoli, D., Gens, A., Sharma, R. y Vaunat, J. (2003). "An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour". *Géotechnique*, Vol. 53, No. 1 pp. 123-135.

Geiser, F., Laloui, L. y Vulliet, L. (2000). "Modelling the behaviour of unsaturated silt". *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils. Proc. of an International Workshop*, Trento, pp. 155-175.

Gens, A. y Alonso, E.E. (1992). "A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays". *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 29, pp. 1013-1032.

Gens, A. y Nova, R. (1993). "Conceptual bases for a constitutive model for bonded soils and weak rocks". *Symp. On Geotechnical Engineering of Hard Soils – Soft Rocks*, Athens, Vol. 1, pp. 485-494.

Gens, A. (1995). "Constitutive laws". Modern issues in non-saturated soils, (A. Gens, P. Jouanna, and B. A. Schrefler, eds.), Wien: Springer-Verlag., pp. 129-158.

Gens, A. (2010). "Soil-environment interaction in geotechnical engineering". *Géotechnique*, Vol. 60, No. 1, pp. 3-74.

Georgiadis, K., Potts, D.M. y Zdravkovic, L. (2003). "The influence of partial soil saturation on pile behavior." *Géotechnique*, Vol. 53, No. 1, pp. 11-25.

Girijavallabhan, C.V. y Reese, L.C. (1968). "Finite element method for problems in soil mechanics". *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, Vol. 94(SM2), pp.473-496.

Hardin, B.O. y Drnevich, V.P. (1972a). "Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter effects". *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, Vol. 98(SM6), pp. 603-624.

Hardin, B.O. y Drnevich, V.P. (1972b). "Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves". *Proc. ASCE. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 98(SM7), pp. 667-692.

Hashiguchi, K. (1993). "Fundamental requirements and formulations of elastoplastic constitutive equations with tangential plasticity". *Int. J. Plasticity*, Vol. 9, No. 5, pp. 525-549.

Houlsby, G.T. (1997). "The work input to an unsaturated granular material". *Géotechnique*, Vol. 47, pp. 193-196.

Hueckel, T. y Nova, R. (1979). "Some hysteresis effects of behaviour of geologic media". *Int. J. Soils Structures*, Vol. 15, pp. 625-642.

Janbu, N. (1963). "Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests". In *Proceedings of the 3rd European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Wiesbaden, Germany, pp. 19-25.

Jardine, R.J., Potts, D.M., Fourie, A.B. y Burland, J.B. (1986). "Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction". *Géotechnique*, Vol. 36, No 3, pp. 377-396.

Jennings, J.E. (1961). "A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils". *Pore pressure and suction soil*. Butterworths, London, pp.26-30.

Jommi, C. y Di Prisco, C. (1994). "A simple theoretical approach for modelling the mechanical behaviour of unsaturated soils". In *Il ruolo dei fluidi nei problemi di Ingegneria geotecnica*. Proc. Italian Conference, Mondovi, Italy, Vol. 1, pp. 167-188.

Jommi, C. (2000). "Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils". Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils. *Proceedings of international workshop on unsaturated soils*, (A. Tarantino and C. Mancuso, eds.), Trento, Italy, Rotterdam: Balkema, pp. 139-153.

Josa, A. (1988). "Un modelo elastoplástico para suelos no saturados". Tesis doctoral, ETSECCP, UPC.

Josa, A., Balmaceda, A., Gens, A. y Alonso, E.E. (1992). "An elasto-plastic model for partially saturated soils exhibiting a maximum of collapse". In *Proceedings 3rd International Conference on Computational Plasticity*, Barcelona, pp. 815-826.

Katona, M.G., Smith, J.M., Odello, R.S. y Allgood, J.R. (1976). "CANDE – A modern approach for structural design and analysis of buried culverts". Rep. No. FHWA-RD-77-5, Naval Civil Engineering Laboratory.

- Kohler, R. y Hofstetter, G. A. (2008). "Cap model for partially saturated soils". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 32, pp. 981-1004.
- Ko, H.Y. y Masson, R.M. (1976). "Nonlinear characterization and analysis of sand". *Numerical Methods in Geomechanics*, ASCE, New York, NY, pp. 294-304.
- Kohgo, Y., Nakano, M. y Miyazaki, T. (1993). "Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils". *Soils and Foundations*, Vol. 33, No. 4, pp. 49-63.
- Kokusho, T. (1980). "Cyclic Triaxial Test of Dynamic Soil Properties for Wide Strain Range". *Soil and Foundations*, Vol. 20, No. 2, pp. 45-60.
- Kolymbas, D. (1977). "A rate-dependent constitutive equation for soils" *Mech. Res. Comm.*, Vol. 4, pp. 367-372.
- Kondner, R.L., 1963. "Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils". *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE, Vol. 89(SM1), pp. 115-143.
- Kulhawy, F.H., Duncan, J.M. y Seed, H.B. (1969). "Finite element analysis of stresses and movements in embankments during construction". *Geotech. Eng. Rep. No. TE 69-4*, Dep. Civ. Eng., University of California, Berkeley, CA.
- Kuwano, R. (1998). "The stiffness and yielding anisotropy of sand". PhD thesis. Imperial college, University of London.
- Lade, P.V. y Duncan, J.M. (1975). "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil". *ASCE, GT Div.* Vol. 101, pp. 1037-1053.
- Laloui, L., Geiser, F. y Vulliet, L. (2001). "Constitutive modelling of unsaturated soils." *Revue française de génie civil*, Vol. 5, No. 6, pp. 797-807.
- Laloui, L. y Nuth, M. (2005). "An introduction to the constitutive modelling of unsaturated soils." *Revue Européenne de Génie Civil* Vol. 9, No 5-6, pp. 651-669.
- Lambe, T.W. (1960). "A mechanistic picture of shear strength in clay". *Research Conf. On Shear Strength of Cohesive Soils*, Boulder, Colorado, pp. 555-580.
- Ledesma, A. (2011). "Parámetros geotécnicos propuestos por UPC para la estación de La Sagrera y accesos". *Línea de Alta Velocidad Madrid-Zaragoza-Barcelona-Frontera Francesa. Estación de La Sagrera. DETCG, UPC.*
- Ledesma, A. (2012). "Nota técnica: Coeficientes de balasto vertical para solera de vaso de estación". *Línea de Alta Velocidad Madrid-Zaragoza-Barcelona-Frontera Francesa. Estación de La Sagrera. DETCG, UPC.*
- Li, X.S. y Dafalias, Y.F. (2000). "Dilatancy for cohesionless soils". *Géotechnique*, Vol. 50, No. 4, pp. 449-460.
- Loret, B. y Khalili, N. (2000). "A three-phase model for unsaturated soils". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 24, pp. 893-927.

- Loret, B. y Khalili, N. (2002). "An effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media". *Mech. Mater.*, Vol. 34, pp. 97-116.
- Masin, D. y Khalili, N. (2008). "A hypoplastic model for mechanical response of unsaturated soils". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 32, pp. 1903-1926.
- Matsuoka, H. y Nakai, T. (1974). "Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principals stresses". *Proc. Jap. Soc. Civ. Eng.* Vol. 232, pp. 59-70.
- Matsuoka, H. y Nakai, T. (1982). "A new failure criterion for soils in three dimensional stresses". In: *IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, pp. 253-263.
- Matyas, E. L. y Radhakrishna, H. S. (1968). "Volume change characteristics of partly saturated soils". *Géotechnique*, Vol. 18, pp. 432-448.
- Modaressi, A. y Abou-Bekr, N. (1994). "A unified approach to model the behavior of saturated and unsaturated soils." *Computer methods and advances in geomechanics*, Morgantown, Balkema, pp. 1507-1513.
- Modaressi, A., Abou-Bekr, N. y Fry, J. J. (1996). "Unified approach to model partially saturated and saturated soil". *Proc. 1st Int. Conf. on Unsaturated Soil*, Vol. 3., pp. 1495-1502.
- Mróz, Z. (1967). "On the description of anisotropic hardening". *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 15, pp. 163-175.
- Mualem, Y. (1976). "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media". *Water Resour. Res.*, Vol. 12, pp. 513-522.
- Niemunis, A. y Herle, I. (1997). "Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range". *Mech. of Cohesive-Frictional Materials*, Vol. 2, pp. 279-299.
- Niemunis, A., Prada-Sarmineto, L.F. y Grandas-Tavera, C.E. (2011). "Extended paraelasticity and its application to a boundary value problem". *Acta Geotechnica*, Vol. 6, pp. 81-92.
- Öberg, A.L. y Sällfors, G.A. (1997). "Determination of shear strength parameters of unsaturated silts and sands based on the water retention curve". *Geotechnical Testing Journal*. Vol. 20, No. 1.
- Ogden, R. W. (1972). "Large deformation isotropic elasticity on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids". *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 326(1567), pp. 565-584.
- Oka, F., Kodaka, T., Kimoto, S., Kim, Y.S. y Yamasaki, N. (2006). "An elastoviscoplastic model and multiphase coupled FE analysis for unsaturated soil". *Proceedings of the 4th International Conference on Unsaturated Soils, Geotechnical Special*.
- Okur, D.V. y Ansal, A. (2007). "Stiffness degradation of natural fined grained soils during cyclic loading". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, Vol. 27, pp. 843-854.
- Pakzad, M. (1995). "Modélisation du comportement hydromécanique des argiles gonflantes a faible porosité". Ph.D. Thesis, Université d'Orléans.

Papadimitriou, A.G., Bouckovalas, G.D. y Dafalias, Y.F. (2001). "Plasticity model for sand under small and large cyclic strains". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 127(11), pp. 973-983.

Pereira, J.M., Wong, H., Dubujet, P. y Dangla, P. (2005). "Adaptation of existing behaviour models to unsaturated states: Application to CJS model". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol 29, pp.1127-1155.

Pestana, J.M. y Whittle, A.J. (1999). "Formulation of a unified constitutive model for clays and sands". *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, Vol. 23, pp. 1215-1243.

Porovic, E. y Jardine, R.J. (1994). "Some observations on the static and dynamic shear stiffness of Ham River sand". *Pre-failure deformation of geomaterials*, Edt. Shibuya S., Mitachi T. and Miura S., Balkema, Vol. 1, pp. 25-30.

Potts, D.M. y Zdravkovic, L. (1999). "Finite element analysis in geotechnical engineering. Theory". Thomas Telford.

Puzrin, A.M. y Burland, J.B. (1998). "Nonlinear model of small strain behaviour of soils". *Géotechnique*, Vol. 48, No. 2, pp. 217-233.

Pyke, R. (1979). "Nonlinear soil models for irregular cyclic loadings". *Proc. ASCE. Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 105(GT6), pp. 715-726.

Ramberg, W. y Osgood, W.R. (1943). "Description of stress-strain curve by three parameters". Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, DC.

Rampino, C., Mancuso, C. y Vinale, F. (2000). "Experimental behaviour and modeling of an unsaturated compacted soil". *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 37(4), pp. 748-763.

Richards, B.G. (1966). "The significance of moisture flow and equilibria in unsaturated soils in relation to the design of engineering structures built on shallow foundations in Australia". *Symp. On Permeability and Capillarity of Soils*, ASTM STP 417., Atlantic City.

Roscoe, K.H. y Schofield, A.N. (1963). "Mechanical behaviour of an idealised 'wet' clay". 2nd ACSMFE, Wiesbaden, Vol. 1, pp. 47-54.

Rowe, P.W. (1962). "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact." In. *Proc. Of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 269, pp. 500-527.

Russell, A.R. y Khalili, N. A. (2006). "A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 30, pp. 181-212.

Saleeb, A.F. y Chen, W.F. (1981). "Nonlinear hyperelastic (Green) constitutive models for soils, part I – Theory and Calibration", pp. 265-285, Part II – Predictions and Comparisons, pp. 492-538. *Proc. North American Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity, and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering*, ASCE Publication, New York.

Sanchez, M., Gens, A., Guimaraes, L. y Olivella, S. (2005). "A double structure generalised plasticity model for expansive materials". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 29, No. 8, pp. 751-787.

Santagiuliana, R. y Schrefler, B.A. (2006). "Enhancing the Bolzon-Schrefler-Zienkiewicz constitutive model for partially saturated soil". *Transport in Porous Media*, Vol. 65, No. 1, pp. 1-30.

Santos, J.A. y Correia, A.G. (2001). "Reference threshold shear strain of soil. Its application to obtain a unique strain-dependent shear modulus curve for soil". In 15th Int. Conf. SMGE, Istanbul, A.A. Balkema, Vol. 1, pp. 267-270.

Schanz, T. (1998). "Zur Modellierung des mechanischen Verhaltens von Reibungsmaterialien". *Mitt. Inst. Für Geotechnik* 45, Universität Stuttgart.

Sheng, D., Sloan, S. W. y Gens, A. (2004). "A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects". *Computational Mechanics*, Vol. 33, No. 6, pp. 453-465.

Sheng, D., Fredlund, D.G. y Gens, A. (2008). "A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables". *Can. Geotech. J.*, Vol. 45, pp. 511-34.

Sheng, D. (2011). "Review of fundamental principles in modelling unsaturated soil behaviour". *Computers and Geotechnics*, Elsevier, Vol. 38, pp. 757-776.

Sheng, D. y Zhou, A. N. (2011). "Coupling hydraulic with mechanical models for unsaturated soils". *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 48, No. 5, pp. 826-840.

Simpsons, B. (1992). "Retaining structures: displacement and design". *Géotechnique*, Vol. 42, No. 4, pp. 541-576.

Stallebrass, S.A. (1990). "Modelling the effect of recent stress history on the deformation of overconsolidated soils". PhD Thesis, City University.

Sun, D.A., Matsuoka, H., Cui, H.B. y Xu, X.F. (2003). "Threedimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soils with different initial densities". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 27, pp. 1079-1098.

Sun, D.A., Cui, H.B., Matsuoka y H. y Sheng, D. (2007a). "A three-dimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soils with hydraulic hysteresis". *Soils Found*, Vol. 47, pp. 253-264.

Sun, D.A., Sheng, D., Cui, H.B. y Sloan, S.W. (2007b). "A density-dependent elastoplastic hydromechanical model for unsaturated compacted soils". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 31, pp. 1257-1279.

Takuoka, T. (1971). "Yield conditions and flow rules derived from hypoelasticity". *Arch. Ration. Mech. Anal.*, Vol. 42, pp. 239-252.

Tamagnini, R. (2004). "An extended Cam-Clay model for unsaturated soils with hydraulic hysteresis". *Géotechnique*, Vol. 54, pp. 223-228.

Thu, T.M., Rahardjo, H. y Leong, E-C. (2007). "Elastoplastic model for unsaturated soil with incorporation of the soil-water characteristic curve". *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 44, pp. 67-77.

Van Genuchten, M. Th. (1980). "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils". *Soil Science Society of America Journal*, Vol. 44, No. 5, pp. 892-898.

Vardoulakis, I. y Graf, B. (1985). "Calibration of constitutive models for granular materials using data from biaxial experiments". *Géotechnique* Vol. 35, No. 3, pp. 299-317.

Vaunat, J., Romero y E. y Jommi, C. (2000). "An elastoplastic hydromechanical model for unsaturated soils". In Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils, Proc. of Int. Workshop on Unsaturated Soil, Trento, Italy, Balkema, Rotterdam, pp. 121-138.

Vázquez-Suñé, E., Pujades, E., Escorcia, J. y Jurado A. (2011). "Informe técnico: Evaluación de efecto barrera, efecto dren y caudales de drenaje durante la excavación del recinto de la estación de La Sagrera". Grup de Hidrologia Subterrànea, IDÆA (CSIC)-UPC.

Wheeler S.J. y Sivakumar V. (1993). "Development and application of a critical state model for unsaturated soil". In Predictive Soil Mechanics, Th. Telford, London, pp. 709-728.

Wheeler S.J. y Sivakumar V. (1995). "An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil." Géotechnique, Vol. 45, pp. 35-54.

Wheeler, S. J., Sharma, R. S. y Buisson, M. S. R. (2003). "Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils". Géotechnique, Vol. 53, No. 1, pp. 41-54.

William, Kaspar J., (2002). "Constitutive models for engineering materials". Encyclopedia of Physical Science and Technology.

Wolffersdorff, P.A. von (1996). "A hypoplastic relation for granular materials". Soils and Foundations, Vol. 36(1), pp. 13-26.

Zhang, X. y Lytton, R. L. (2009a). "A modified state surface approach on unsaturated soil behavior study (I) : Basic concept". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 46, No. 5, pp. 536-552.

Zhang, X. y Lytton, R. L. (2009b). "A modified state surface approach on unsaturated soil behavior study (II): General formulation". Canadian Geotechnical Journal, Vol. 46, No. 5, pp. 553-570.

Zhou, A. (2011). "Constitutive modelling of hydromechanical behaviour of unsaturated soils". PhD Thesis, The University of Newcastle.